

Ασκήσεις στο μάθημα
Εφαρμοσμένη Ανάλυση
2ο Φυλλάδιο

Διδάσκων: Χρήστος Κουντζάκης

- (i) Ναδειχθεί ότι για κάθε συγκλίνουσα ακολουθία πραγματικών αριθμών, υπάρχει υπακολουθία της που συγκλίνει στο ίδιο όριο.
- (ii) Να δοθεί παράδειγμα ακολουθίας με δύο ακριβώς συγκλίνουσες υπακολουθίες. Τι συμβαίνει με τα σημεία κορυφής αυτών των ακολουθιών;
- (iii) Υπάρχει ακολουθία με ένα σημείο κορυφής που να μην είναι συγκλίνουσα; Πότε μία ακολουθία με ένα σημείο κορυφής συγκλίνει ;
- (iv) Πότε δε συγκλίνει μία ακολουθία και πότε δε συγκλίνει μία υπακολουθία ; Να δώσετε σχετικά παραδείγματα.
- (v) Να ορίσετε το \limsup και το \liminf μιας αριθμήσιμης οικογένειας συνόλων. Να βρεθεί ο πληθάρημος του $\limsup_n A_n$ και του $\liminf_n A_n$ αν $A_n = (\frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}]$, $n \in \mathbb{N}$.
- (vi) Να αποδειχθεί λεπτομερώς ότι αν $a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, τότε το $\lim_n a_n$ -εφ'όσον υπάρχει- είναι θετικός πραγματικός αριθμός.
- (vii) Κάθε ισοδύναμο με το $(0, 1)$ σύνολο των πραγματικών, δεν έχει μέτρο μηδέν. (Χρησιμοποιήστε την Υπόθεση του Συνεχούς).
- (viii) Ποιος διατακτικός αντιστοιχεί στο $[0, +\infty]$;