

Ασκήσεις στο μάθημα
Εφαρμοσμένη Ανάλυση
3ο Φυλλάδιο

Διδάσκων: Χρήστος Κουντζάκης

- Να υπολογιστεί η ταλάντωση της f αν $f(x) = x, x \in [0, 1] \cap \mathbb{Q}, f(x) = 1 - x, x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}$.
- Είναι ολοκληρωσιμη η f και αν ναι, να υπολογιστεί το $\int_0^1 f d\lambda$.
- Να υπολογιστεί η ταλάντωση της f αν $f(x) = \frac{\sin x}{x}, x \neq 0, f(x) = 0, x = 0$.
- Είναι ολοκληρωσιμη η f και αν ναι, να υπολογιστεί το $\int_0^1 f d\lambda$.
- Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα Lebesgue της $f(x) = 2 - x, x \neq \frac{1}{\cos^2 n}, n \in \mathbb{N}, f(x) = 0, x = \frac{1}{\cos^2 n}$ στο $[0, 1]$.
- Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα Lebesgue της $f(x) = e^x, x \neq \frac{2^n}{5^n \sin^2 n}, n \in \mathbb{N}, f(x) = 0, x = \frac{2^n}{5^n \sin^2 n}$ στο $[0, 1]$.
- Βάσει του θεωρήματος Heine -Borel, να δείξετε ότι κάθε κλειστό και φραγμένο υποσύνολο του \mathbb{R} είναι συμπαγές.