

Ασκήσεις στο μάθημα
Εφαρμοσμένη Ανάλυση
4ο Φυλλάδιο

Διδάσκων: Χρήστος Κουντζάκης

- Να δείξετε ότι η $f(x) = \cos x$ είναι ομοιόμορφα συνεχής στο $[0, 2\pi]$ με δύο τρόπους.
- Να δείξετε ότι η $f(x) = x^3$ δεν είναι ομοιόμορφα συνεχής.
- Να δείξετε ότι η $f_n(x) = \frac{nx}{n^2x+1}$, $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$ συγκλίνει ομοιόμορφα στη μηδενική συνάρτηση.
- Να δείξετε ότι $f_n(x) = \frac{n^2x^2}{n^2x^2+1}$, $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$ συγκλίνει ομοιόμορφα στη συνάρτηση **1**.
- Να αναφέρετε δύο στοιχεία του χώρου $ca[0, 1]$ και δύο στοιχεία της βάσης του θετικού κώνου $ca_+[0, 1]$ που ορίζεται από τη συνάρτηση **1** (δλδ. δύο μέτρα πιθανότητας στο $[0, 1]$).
- Να υπολογιστεί η νορμ του στοιχείου $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ στο χώρο $C[\pi, \pi]$.
- Να δειχθεί ότι η ακολουθία $f_n = I_{[0, \frac{1}{n}]}$ στον $L^1[0, 1]$, συγκλίνει ασθενώς στη μηδενική συνάρτηση.