

Κεφάλαιο 1

Πρακτικά Ζητήματα στην Αντασφάλιση με σχήμα Stop-Loss

Αν η πολιτική αντασφάλισης σε ένα χαρτοφυλάκιο κινδύνων (X_1, X_2, \dots, X_n) είναι $\beta = (b, b, \dots, b) \in \mathbb{R}^n, b \in (0, 1)$ δηλαδή το τμήμα του ασφαλιστρού που αναλαμβάνει η πρωτασφαλίστρια εταιρία στα πλαίσια της σύμβασης είναι b τοις εκατό, ενώ το τμήμα που αναλαμβάνεται από την αντασφαλίστρια εταιρία είναι $1 - b$ για κάθε τύπο συμβολαίου $i = 1, 2, \dots, n$, ονομάζεται quota-share. Διαφορετικά έχουμε μία γενική stop-loss πολιτική $\beta = (b_1, b_2, \dots, b_n), b_i \in (0, 1)$. Αν υποθέσουμε ότι για κάθε τύπο ασφαλιστηρίου συμβολαίου υπάρχει η μέση τιμή της τ.μ. αποζημίωσης X_i , αυτή θα συμβολίζεται με $P_i = \mathbb{E}(X_i)$ και ονομάζεται τεχνική βάση. Κάθε ασφαλιστική εταιρία έχει στην κατοχή της w_i ασφαλιστήρια συμβόλαια τύπου i , άρα η μέση συνολική αποζημίωση είναι

$$\sum_{i=1}^n w_i P_i.$$

Για κάθε τύπου συμβολαίου i στον υπολογισμό του ασφαλιστρού Π_i που καλείται να πληρώσει ο ασφαλισμένος τη χρονική περίοδο 0 , προϋπολογίζεται ένα ποσοστό m_i της τεχνικής βάσης P_i , για την εξασφάλιση των απαραίτητων κεφαλαίων σε περίπτωση που απαιτηθεί η καταβολή αποζημίωσης εντός του χρονικού ορίζοντα $[0, T]$. Το ποσοστό αυτό ονομάζεται *επιβάρυνση ασφαλείας*. Επομένως το ασφαλιστρού είναι

$$\Pi_i = (1 + m_i)P_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

Στην περίπτωση της αντασφάλισης, η αντασφαλίστρια εταιρία αναλαμβάνοντας την κάλυψη του $1 - b_i$ τοις εκατό της αποζημίωσης, επιτρέπει στην πρωτασφαλίστρια εταιρία να μειώσει το ασφαλιστρού για κάθε τύπο συμβολαίου. Ας δούμε όμως τις διάφορες περιπτώσεις.

- (i) Η αντασφαλίστρια εταιρία δέχεται να καλύψει κατά το ίδιο ποσοστό και την επιβάρυνση ασφαλείας. Τότε το ασφαλιστρού για κάθε τύπο συμβολαίου μετά τη σύναψη της συμφωνίας με την αντασφαλίστρια εταιρία

είναι

$$\bar{\Pi}_i = b_i(1 + m_i)P_i.$$

(ii) Η αντασφαλιστρια εταιρία αφήνει στον πρωτασφαλιστή να καλύψει ποσοστό για την επιβάρυνση ασφαλείας μεγαλύτερο από το b_i κατά θ^i τοις εκατό ανά τύπο συμβολαίου. Τότε το αντίστοιχο ασφάλιστρο γίνεται

$$\bar{P}_i = b_iP_i + (b_i + \theta_i)m_iP_i.$$

(iii) Αν υπάρχει συμφωνία ως προς την τεχνική βάση μεταξύ πρωτασφαλιστή $P_{i,E}$ και αντασφαλιστή $P_{i,A}$, οπότε συνήθως $P_{i,A} > P_{i,E}$, το ασφάλιστρο που πληρώνει ο πρωτασφαλιστής είναι

$$\bar{\Pi}_i = b_iP_{i,A} + m_ib_iP_{i,E}.$$

Παράδειγμα 1.0.1 Ασφαλιστική εταιρία έχει δύο τύπους συμβολαίων, X_1, X_2 με $X_1 \sim E(\frac{1}{2}), X_2 \sim E(\frac{1}{5})$. Αν η εταιρία ακολουθεί quota -share πολιτική αντασφάλισης με $b = 0.7$, υπολογίστε τις τεχνικές βάσεις των συμβολαίων. Επίσης αν $m_1 = m_2 = 0.1$ και στη δεύτερη περίπτωση από τις προαναφερόμενες $\theta_1 = \theta_2 = 0.1$, ενώ στην τρίτη $P_{1,A}=2.05, P_{2,A}=5.08$, υπολογίστε τα αντίστοιχα ασφάλιστρα.

Έχουμε ότι

$$P_1 = 2, P_2 = 5, \bar{\Pi}_1 = 1.1 \cdot 2 \cdot 0.7 = 1.54, \bar{\Pi}_2 = 1.1 \cdot 5 \cdot 0.7 = 3.85,$$

για την πρώτη περίπτωση. Στη δεύτερη περίπτωση είναι

$$\bar{\Pi}_1 = 0.7 \cdot 2 + 0.8 \cdot 0.1 \cdot 2 = 1.56, \bar{\Pi}_2 = 0.7 \cdot 5 + 0.8 \cdot 0.1 \cdot 5 = 3.9.$$

Στην τρίτη περίπτωση είναι

$$\bar{\Pi}_1 = 0.7 \cdot 2.05 + 0.07 \cdot 2 = 1.575, \bar{\Pi}_2 = 0.7 \cdot 5.08 + 0.07 \cdot 5 = 3.906.$$

Άσκηση Ασφαλιστική εταιρία έχει δύο τύπους συμβολαίων, X_1, X_2 με $X_1 \sim \text{Pareto}(2, 1), X_2 \sim \text{Pareto}(3, 1)$. Αν η εταιρία ακολουθεί quota -share πολιτική αντασφάλισης με $b = 0.8$, υπολογίστε τις τεχνικές βάσεις των συμβολαίων. Επίσης αν $m_1 = m_2 = 0.1$ και στη δεύτερη περίπτωση από τις προαναφερόμενες $\theta_1 = \theta_2 = 0.1$, ενώ στην τρίτη το ποσοστό ασυμφωνίας από την τεχνική βάση είναι 0.1 και για τους δύο τύπους συμβολαίων, υπολογίστε τα αντίστοιχα ασφάλιστρα.

Άσκηση Ασφαλιστική εταιρία έχει δύο τύπους συμβολαίων, X_1, X_2 με

$$X_1 \sim \text{Lognormal}(2, 1), X_2 \sim \text{Lognormal}(3, 1).$$

Αν η εταιρία ακολουθεί quota -share πολιτική αντασφάλισης με $b = 0.7$, υπολογίστε τις τεχνικές βάσεις των συμβολαίων. Επίσης αν $m_1 = m_2 = 0.2$ και στη δεύτερη περίπτωση από τις προαναφερόμενες $\theta_1 = \theta_2 = 0.1$, ενώ στην τρίτη το ποσοστό ασυμφωνίας από την τεχνική βάση είναι 0.1 και για τους δύο τύπους συμβολαίων, υπολογίστε τα αντίστοιχα ασφάλιστρα.