ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
Ε′ ΕΞΑΜΗΝΟ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Διδάσκων: Χ. Κουντζάκης

Άσκηση 1 *Ποιες συναρτήσεις ωφελιμότητας έχουν σταθερή απόλυτη αποστροφή προς τον κίνδυνο ;*

Λύση Είναι $A(w) = \frac{-u''(w)}{u'(w)} = c$. Θέτω $v(w) = u'(w)$ και έχω $\frac{v'(w)}{v(w)} = -c$, δηλ. $(log|v(w)|)' = -c$. Άρα $log|v(w)| = -cw + c_1, c_1 \in \mathbb{R}$. Επομένως $|u'(w)| = e^{-cw+c_1} = C^* e^{-cw}$. Επιλέγουμε τη θετική λύση διότι συνάρτηση ωφελιμότητας με αρνητική παράγωγο δεν έχει οικονομικό νόημα. Άρα $u'(w) = C^* e^{-cw}$ και επομένως $u(w) = -\frac{C^*}{c} e^{-cw} + c_2, c_2 \in \mathbb{R}$.

Άσκηση 2 *Ποιες συναρτήσεις ωφελιμότητας έχουν σταθερή σχετική αποστροφή προς τον κίνδυνο ;*

Λύση Είναι $R(w) = \frac{-u''(w)}{wu'(w)} = c$. Θέτω $v(w) = u'(w)$ και έχω $\frac{v'(w)}{v(w)} = -cw$, δηλ. $(log|v(w)|)' = -cw$. Άρα $log|v(w)| = -c\frac{w^2}{2} + c_1, c_1 \in \mathbb{R}$. Επομένως $|u'(w)| = e^{-c\frac{w^2}{2}+c_1} = C^* e^{-c\frac{w^2}{2}}$. Επιλέγουμε τη θετική λύση διότι συνάρτηση ωφελιμότητας με αρνητική παράγωγο δεν έχει οικονομικό νόημα. Άρα $u'(w) = C^* e^{-c\frac{w^2}{2}}$ και για κάθε x με $|x| \leq r, r > 0$ η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ συγκλίνει ομοιόμορφα στην e^x, άρα αν $\frac{cw^2}{2} \leq r$ τότε το ολοκλήρωμα υπολογίζεται εναλάσσοντας τη σειρά με το αόριστο ολοκλήρωμα δηλ. $\int e^{-c\frac{w^2}{2}} dw = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} c^n w^{2n}}{2^{n+1}(n+1)}$.