

Ασκήσεις

1] Έστω (Ω, \mathcal{F}, P) ένας χώρος πιθανότητας και έστω $A, B \in \mathcal{F}$.

(Ω Συμβασιμής χώρος, \mathcal{F} μια σ -άλγεβρα ενδεχομένων και P ένα μέτρο πιθανότητας). Να βρείτε έναν τρόπο για την πιθανότητα του ενδεχομένου $A \Delta B$ (η συμβασιμής διαφορά των A και B).

2] Έστω $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Για $A \subseteq \Omega$, ορίζουμε

$$P(A) = \frac{1}{12} (|A \cap \{1, 2, 3, 4\}| + 2|A \cap \{5, 6, 7, 8\}|)$$

(α) Να δείξετε ότι η P είναι ένα μέτρο πιθανότητας (δηλ. ότι η P κανονίζει τα Αξιώματα 1, 2, 3).

(β) Να δώσετε ένα παράδειγμα τυχαίου πειράματος για το οποίο θα περιγράψατε τα μαθηματικά του (α) να το περιγράψουν.

3] Όταν ανοίγουμε έναν τραπεζικό λογαριασμό, η τράπεζα μας δίνει έναν τετραψήφιο κωδικό ασφαλείας (ο οποίος μπορεί να ξεκινά με ένα ή περισσότερα μηδενικά) στην τύχη.

(α) Ποιος είναι ο πιθανοίωμα του συμβασιμής χώρου για το πείραμα αυτό;

(β) Βρείτε την πιθανότητα του κάθε ενδεχομένου παρακάτω:

- (i) Κάθε ψηφίο του κωδικού είναι άρτιος.
- (ii) Ο κωδικός δεν έχει επαναλαμβανόμενα ψηφία.
- (iii) Ο κωδικός είναι παλινδρομικός (διαβάζεται το ίδιο προς τα μπροστά όπως και προς τα πίσω).
- (iv) Κανένα ψηφίο του κωδικού δεν ξεπερνά το 7.
- (v) Το μεγαλύτερο ψηφίο του κωδικού είναι ακριβώς 7.
- (vi) Τα ψηφία του κωδικού είναι σε γνήσια αύξουσα διάταξη.

4] Έστω A και B δύο σύνολα με n στοιχεία το καθένα. Πόσες είναι οι 1-1 και επί συναρτήσεις από το A στο B ;

5] Έχουμε 10 νομίσματα (διαφορετικά μεταξύ τους), 7 ασπρένια και 3 χαλκίνα. Επιλέγουμε στην τσέπη 4 από αυτά χωρίς επανατοποθέτηση. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου να επιλέξουμε 2 ασπρένια νομίσματα ακολούθως από δύο χαλκίνα.