

**Δεύτερο Φυλλάδιο Εργασίας**  
**Εισαγωγή στα Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά**  
**Διδάσκων: Νίκος Χαλιδιάς**

(Πρώτο θέμα) Έστω ότι το ετήσιο επιτόκιο είναι  $i$ . Διαμερίστε το έτος σε  $n$  ίσες υποπεριόδους και υποθέστε ότι ο ανατοκισμός γίνεται σε κάθε υποπερίοδο. Ποια είναι η τελική αξία ενός Ευρώ όταν τοκίζεται με αυτόν τον τρόπο για ένα έτος; Στην συνέχεια υποθέστε ότι  $n \rightarrow \infty$  και βρείτε το όριο (αποδεικνύοντας το με κάθε λεπτομέρεια) της τελικής αξίας που υπολογίσατε πριν. Το όριο αυτό είναι η τελική αξία του ενός Ευρώ όταν τοκισθεί για ένα έτος με ετήσιο επιτόκιο  $i$  συνεχούς ανατοκισμού.

(Δεύτερο θέμα) Να βρεθεί η τελική αξία του ποσού  $K$  όταν τοκισθεί για 384 ημέρες όταν

- (i) το επιτόκιο είναι ετήσιο απλού τόκου και ίσο με  $i$ .
- (ii) το επιτόκιο είναι ετήσιο εξαμηνιαίου ανατοκισμού και ίσο με  $i$ .
- (iii) το επιτόκιο είναι ετήσιο συνεχούς ανατοκισμού και ίσο με  $i$ .

(Τρίτο θέμα) Έστω ότι η τράπεζα  $T_1$  εφαρμόζει ετήσιο επιτόκιο εξαμηνιαίου ανατοκισμού  $i_1 = 0.03$  και έστω ότι η τράπεζα  $T_2$  εφαρμόζει ετήσιο επιτόκιο τριμηνιαίου ανατοκισμού  $i_2$ . Ποιο πρέπει να είναι το  $i_2$  έτσι ώστε μακροπρόθεσμα να μην έχει ιδιαίτερη σημασία σε ποια από τις δυο τράπεζες θα τοποθετήσουμε τα χρήματά μας; Σε ποιες χρονικές στιγμές οι τελικές αξίες θα είναι ίσες; Τι ακριβώς συμβαίνει μεταξύ των χρονικών αυτών στιγμών; Τα ίδια ερωτήματα να απαντηθούν στην περίπτωση που η τράπεζα  $T_2$  εφαρμόζει ετήσιο επιτόκιο συνεχούς ανατοκισμού.

(Τέταρτο θέμα) Ποια είναι η παρούσα αξία του ποσού  $K$  384 ημέρες από σήμερα όταν

- (i) το επιτόκιο είναι ετήσιο με  $i = 0.03$  απλού τόκου.
- (ii) το ετήσιο επιτόκιο είναι  $i = 0.03$  τριμηνιαίου ανατοκισμού.
- (iii) το ετήσιο επιτόκιο είναι  $i = 0.03$  συνεχούς ανατοκισμού.

(Υπόδειξη: Σκεφτείτε αντίστροφα. Ποιο είναι το ποσό  $A$  έτσι ώστε όταν τοκισθεί κατάλληλα για χρονικό διάστημα 384 ημερών να μας δώσει τελική αξία το ποσό  $K$ ).

(Πέμπτο θέμα) Έστω ότι ο  $A$  τοποθετεί το ποσό  $K$  σε τράπεζα κάθε 7 μήνες για τέσσερις συνεχόμενες φορές. Η πρώτη κατάθεση είναι σε επτά μήνες από τώρα. Ποια είναι η παρούσα αξία των ποσών αυτών όταν

- (i) η τράπεζα εφαρμόζει απλό τόκο με ετήσιο επιτόκιο  $i = 0.03$
- (ii) η τράπεζα εφαρμόζει σύνθετο τόκο με ετήσιο επιτόκιο ανατοκισμού  $i = 0.03$
- (iii) η τράπεζα εφαρμόζει σύνθετο τόκο με ετήσιο επιτόκιο συνεχούς ανατοκισμού  $i = 0.03$

Απαντήστε στα ίδια ερωτήματα στην περίπτωση που οι καταθέσεις είναι άπειρες (αντί για τέσσερις). Είναι προτιμότερο να υποθέτουμε κάποια από τις προηγούμενες περιπτώσεις και γιατί; Επίσης απαντήστε στα ίδια ερωτήματα στην περίπτωση που η πρώτη κατάθεση είναι σήμερα (αντί σε επτά μήνες από τώρα).