

Εργασία - Μέρος Β

Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά II

Διδάσκων: Νίκος Χαλιδιάς

Πρώτο Θέμα

Έστω ο χώρος πιθανότητας $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ και μια κίνηση Brown στο χώρο αυτό. Έστω ότι η τιμή της μετοχής στο χρόνο εξελίσσεται σύμφωνα με την παρακάτω στοχαστική διαφορική εξίσωση

$$S_t = 2.1 + 0.01 \int_0^t S_s ds + 0.3 \int_0^t S_s dW_s$$

Υποθέστε ότι θέλετε να πουλήσετε ένα call option με τιμή εξάσκησης 2.2 το οποίο να λήγει σε 6 μήνες από τώρα. Έστω ότι το επιτόκιο σε χωρίς ρίσκο επένδυση είναι $r = 0.001$ και είναι ετήσιο συνεχούς ανατοκισμού. Τι τιμή θα δίνετε σε έναν αγοραστή και γιατί; Πως θα είσαπτε εξασφαλισμένοι σε μια απότομα ανοδική πορεία της μετοχής; Τι μπορείτε να κάνετε αν το υποκείμενο αγαθό δεν είναι διαπραγματεύσιμο στην αγορά; Τα ίδια ερωτήματα για την περίπτωση που θα θέλατε να αγοράσετε ένα τέτοιο συμβόλαιο. Τέλος, τα ίδια ερωτήματα για ένα put option με την ίδια τιμή εξάσκησης.

Δεύτερο Θέμα

Έστω ότι οι τιμές δυο αγαθών ακολουθούν τις παρακάτω στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις.

$$\begin{aligned} S_t^1 &= 2.1 + 0.01 \int_0^t S_s^1 ds + 0.3 \int_0^t S_s^1 dW_s \\ S_t^2 &= 2.0 + 0.02 \int_0^t S_s^2 ds + 0.6 \int_0^t S_s^2 dW_s \end{aligned}$$

Έστω το συμβόλαιο με απολαβή $P_T = \max\{S_T^1 - S_T^2, 0\}$ με χρόνο λήξης 6 μήνες και έστω ότι το επιτόκιο σε χωρίς ρίσκο επένδυση είναι $r = 0.001$. Τι τιμή θα δίνετε σε έναν υποψήφιο αγοραστή και γιατί; Διατρέχετε κίνδυνο χρεοκοπίας και γιατί; Πως μπορείτε να εξασφαλιστείτε έναντι αυτού το κινδύνου; Αν θέλατε να το αγοράσετε, σε ποια τιμή θα το κάνατε και γιατί; Παρόμοια ερωτήματα και για το συμβόλαιο με απολαβή $P_T = \max\{S_T^1, S_T^2, 2.05\}$.

Παρατήρηση 1 Αλλάξτε κατά 20% το πολύ όλα τα παραπάνω νούμερα εκτός από τις σημερινές τιμές των μετοχών. Η διαφοροποίηση αυτή μεταξύ σας προέρχεται από την διαφορετική «μαντεψιά» που κάνει ο καθένας σας για το μέλλον και άρα χρησιμοποιείται διαφορετικά ιστορικά δεδομένα. \square

Τρίτο Θέμα

Ποιοι άλλοι τύποι [συμβολαίων προαίρεσης](#) υπάρχουν; Δείτε το βιβλίο [Algorithmic trading and quantitative strategies](#) και περιγράψτε τα αντικείμενα τα οποία πραγματεύεται. Μπορείτε να βρείτε άλλα παρόμοια βιβλία τα οποία αναφέρονται σε προβλήματα που συναντώνται στην πράξη όσον αφορά τα χρηματοοικονομικά μαθηματικά;

Τέταρτο Θέμα

[Επιλέξτε](#) μια εταιρεία η οποία βρίσκεται στο Ελληνικό χρηματιστήριο, [κατεβάστε](#) παρελθοντικές τιμές της μετοχής και γράψτε την αξία της μετοχής στην παρακάτω μορφή

$$S_t = S_0 + m \int_0^t S_r dr + \sigma \int_0^t S_r dW_r, \quad t \in [0, T]$$

για κατάλληλες σταθερές S_0, m, σ και για $T = 30$ ημέρες. Στη συνέχεια επιλέξτε δυο μετοχές και υπολογίστε τη μέση τιμή και διακύμανση της απόδοσης της κάθε μετοχής καθώς και την συνδιακύμανση τους, ανά ημέρα.