Δεύτερο Φυλλάδιο Εργασίας
Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά
Διδάσκων: Νίκος Χαλιδιάς

(Πρώτο Θέμα) Έστω A, B δοσμένοι αριθμοί. Κατασκευάστε χαρτοφυλάκιο (χρησιμοποιώντας το διωνυμικό μοντέλο μιας περιόδου) το οποίο να έχει τελικές τιμές τις A, B. Έστω ότι η αρχική αξία του χαρτοφυλακίου είναι V_0. Με το ποσό αυτό μπορείτε να βρείτε στρατηγική επένδυσης η οποία να καταλήγει σε μεγαλύτερες τιμές των A, B δηλαδή σε $A+\varepsilon_1, B+\varepsilon_2$ με $\varepsilon_1 > 0$ και $\varepsilon_2 > 0$; Σε ποια περίπτωση είναι δυνατό να γίνει αυτό;

(Δεύτερο Θέμα) Αν $r = 0$ τότε αποδείξτε την παρακάτω σχέση

$$V_n^{E,put} = H_n^{put} \quad (\text{όταν } r = 0), \quad n = 0, \cdots, N$$

όπου $V_n^{E,put}$ είναι η αξία του Ευρωπαϊκού δικαιώματος πώλησης και το H_n^{put} είναι η αξία του Αμερικανικού δικαιώματος πώλησης. Στην συνέχεια αποδείξτε την εξής σχέση

$$S_n - K \le H_n^{call} - H_n^{put} \le S_n - K\frac{1}{(1+r)^{N-n}}, \ \ n = 0, \cdots, N$$

όπου H_n^{call} είναι η αξία του Αμερικανικού δικαιώματος αγοράς και H_n^{put} του δικαιώματος πώλησης. Τέλος αποδείξτε τα παρακάτω

$$S_n - K\frac{1}{(1+r)^{N-n}} \le V_n^{E,call} = H_n^{call} \le S_n, \quad n = 0, \cdots, N$$

και

$$K\frac{1}{(1+r)^{N-n}} - S_n \le V_n^{E,put} \le K\frac{1}{(1+r)^{N-n}}, \quad n = 0, \cdots, N$$

(Τρίτο Θέμα) [Look-back options] Θεωρείστε Αμερικανικά δικαιώματα με τις παρακάτω απολαβές,

$$\begin{aligned} X_n^1 &= \max\{S_n^{max} - K, 0\}, \\ X_n^2 &= \max\{K - S_n^{min}, 0\}, \\ X_n^3 &= S_n - S_n^{min}, \\ X_n^4 &= S_n^{max} - S_n \end{aligned}$$

όπου $S_n^{max} = \max\{S_0, \cdots, S_n\}$ και $S_n^{min} = \min\{S_0, \cdots, S_n\}$. Τα δεδομένα μας είναι $u = 2$, $d = 1/2$, $S_0 = 1$, $K = 3/2$, $r = 1/2$, $N = 2$. Υπολογίστε τις αξίες των συμβολαίων σε όλες τις χρονικές στιγμές n καθώς και τη στρατηγική επένδυσης.