ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ NASH
(NASH - equilibriums)

<u>Ορσ:</u> Ένα διάνυσμα στρατηγικών $(s_1^*,\dots,s_N^*) \in \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_N$ αντιπροσωπεύει <u>λύση ισορροπίας</u> σε ένα παίγνιο $\Gamma = (T, \{P_1,\dots,P_N\}, \{\Sigma_1,\dots,\Sigma_N\})$ όταν η επιλογή s_i^* από κάθε παίκτη P_i για $1 \le i \le N$, δεν παρέχει περαιτέρω κίνητρα <u>σε κανένα</u> από τους παίκτες, να μεταβάλλει τη συμπεριφορά του:

$$U_i(s_1^*,\dots,s_{i-1}^*,s_i^*,s_{i+1}^*,\dots,s_N^*) \ge U_i(s_1^*,\dots,s_{i-1}^*,s_i,s_{i+1}^*,\dots,s_N^*),$$

$$\forall\, s_i \in \Sigma_i(T),\quad 1 \le i \le N. \qquad (48.1)$$

<u>Δηλαδή</u>: Η παρέκκλιση του P_i από την s_i^* (όσον οι άλλοι παίκτες P_j <u>επιμένουν</u> στις s_j^* $(j \ne i)$) οδηγεί στην μείωση της χρησιμότητας (ή αναμενόμενης χρησιμότητας) του P_i.

Υπάρχει μια μεγάλη κλάση παιγνίων που επιδέχεται λύσεις της μορφής $(s_1^*,\dots,s_N^*)$ με αδιαμφισβήτητο τρόπο. (παίγνια τέλειας πληροφόρησης).

$$\boxed{\begin{aligned} U_A(i^*, j^*) &= \max_{1 \le i \le m} U_A(i, j^*) \\ U_B(i^*, j^*) &= \max_{1 \le j \le n} U_B(i^*, j) \end{aligned}}$$

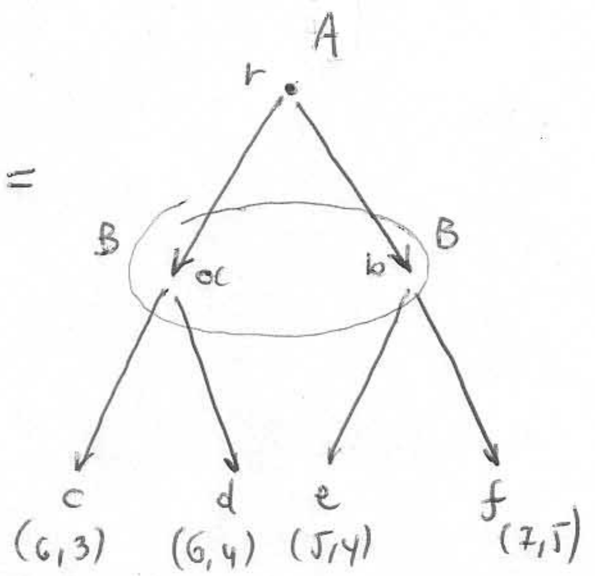
το μέγιστο στοιχείο στην j^*-στήλη του M_A

το μέγιστο στοιχείο στην i^*-γραμμή του M_B

$$\left\{ \begin{aligned} & U_K(i_1^*, \ldots, i_{K-1}^*, i_K^*, i_{K+1}^*, \ldots, i_N^*) = \max_{1 \le i_K \le \# \Sigma_K} U_K(i_1^*, \ldots, i_{K-1}^*, i_K, i_{K+1}^*, \ldots, i_N^*) \\ & 1 \le K \le N. \end{aligned} \right.$$

$$\boxed{\begin{aligned} v_A(i^*, j^*) &\ge v_A(i, j^*), \quad \forall i \\ v_B(i^*, j^*) &\ge v_B(i^*, j), \quad \forall j \end{aligned}}$$

Παράδειγμα:

$T =$ 

[fig 49]

Κατά τα συνηθισμένα οι στρατηγικές του A είναι $\Sigma_A = \{L, R\}$ ενώ του B είναι $\Sigma_B = \{LL, RR\}$ (οι LR κ' RL απορρίπτονται λόγω του συνόλου πληροφορίας $\{\alpha, b\}$)

$\Sigma_A \backslash \Sigma_B$	LL	RR
L	γ_c	γ_d
R	γ_e	γ_f

utilities

$\Sigma_A \backslash \Sigma_B$	LL	RR
L	(6,3)	(6,4)
R	(5,4)	(7,5)

Η κανονική μορφή (normal form) του $\Gamma = (T, \{A, B\}, \{\Sigma_A, \Sigma_B\})$

Έστω: $S_A^* = R$, $S_B^* = RR$ τότε

$$(\vec{p}(f))_A = U_A(R, RR) = 7 \geq U_A(L, RR) = 6 \quad : (49.1)$$

$$(\vec{p}(f))_B = U_B(R, RR) = 5 \geq U_B(R, LL) = 3 \quad : (49.2)$$

$$M_A = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \quad : (49.3)$$

Ο πίνακας των utilities του A

$$M_B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad : (49.4)$$

Ο πίνακας των utilities του B (the payoff matrix of B)

<u>Παρατήρηση</u>: Το παίγνιο στο [fig 49], θα μπορούσε να αποδοθεί με την <u>normal form</u>

Στρατηγική	πληρωμές
(1,1)	(6,3)
(1,2)	(6,4)
(2,1)	(5,4)
(2,2)	(7,5)

$\Longleftrightarrow$ [fig 49]

$$\boxed{\begin{aligned} &\pi : \{1,2\} \times \{1,2\} \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ &\pi(1,1) = (6,3) \\ &\pi(1,2) = (6,4) \\ &\pi(2,1) = (5,4) \\ &\pi(2,2) = (7,5) \end{aligned}}$$

$$\begin{cases} u_1(1,1) = 6 \geq u_1(2,1) = 5 \\ u_2(1,1) = 3 \ngeq u_2(1,2) = 4 \quad \times \end{cases}$$

$$u_1(1,2) = 6 \ngeq u_1(2,2) = 7 \quad \times$$

$$u_1(2,1) = 5 \ngeq u_1(1,1) = 6 \quad \times$$

$$\begin{cases} u_1(2,2) = 7 \geq u_1(1,2) = 6 \\ u_2(2,2) = 5 \geq u_2(2,1) = 4 \end{cases} \Rightarrow (2,2) = \text{Nash-equilibrium.}$$

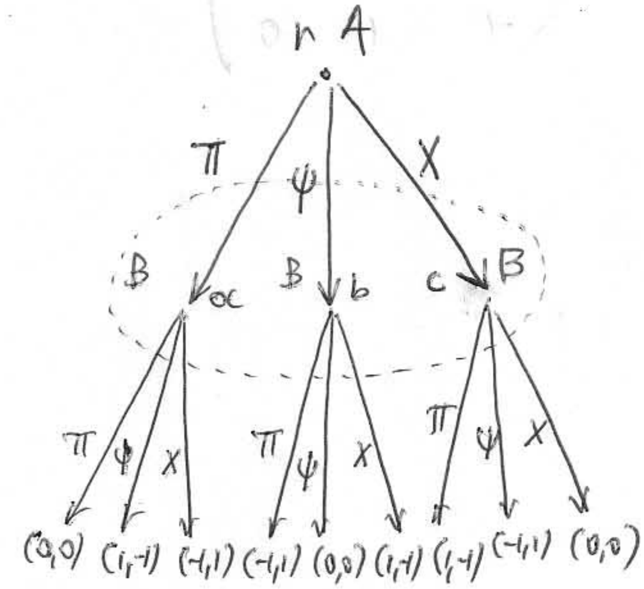
$$\Updownarrow$$

$$(R, RR) \qquad \square$$

<u>Παρατήρηση</u>: Έστω $M_A = (u_{ij}^A)$, $M_B = (u_{ij}^B) \in \mathbb{R}^{m \times n}$

$$(i^*, j^*) = \text{Nash Equilibrium} \Longleftrightarrow \boxed{\begin{aligned} &\max_{1 \leq i \leq m} u^A_{i,j^*} = u^A_{i^*,j^*} \\ &\max_{1 \leq j \leq n} u^B_{i^*,j} = u^B_{i^*,j^*} \end{aligned}}$$

<u>Άσκηση</u> Να βρεθούν εαν υπάρχουν τα Nash-equilibriums του παίγνιου πετρα-ψαλίδι-χαρτί (ΠΨΧ)



$\Sigma_A = \{\Pi, \Psi, X\}$, $n_A = 3$

$\Sigma_B = \{\Pi\Pi\Pi, \Psi\Psi\Psi, XXX\}$, $n_B = 3$

(i) Επειδή $\{a, b, c\}$ σύνολο πληροφορίας για τον B μόνο 3 απο τις 27 στρατηγικές του B είναι αποδεκτές.

(ii) Καθε στρατηγική του B είναι σε υπο-συνθήκη μορφή.

$$xyz \in \Sigma_B, \quad x \to A{:}\Pi, \quad y \to A{:}\Psi, \quad z \to A{:}X$$

$(M_A, M_B) =$

$\Sigma_A \backslash \Sigma_B$	ΠΠΠ	ΨΨΨ	XXX
Π	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
Ψ	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
X	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

$M_B = -M_A$

οι παίκτες υιοθετούν την ίδια στρατηγική κ' δεν γίνονται πληρωμές.

Παρατηρούμε ότι <u>κάθε ζεύγος</u> στρατηγικής προσφέρει σε τουλάχιστον έναν από τους παίκτες ένα κίνητρο να υιοθετήσει κάποια άλλη στρατηγική $\Longrightarrow$ Δεν υπάρχουν Nash equilibriums πιο αναλυτικά έχουμε:

$$\max_{1 \le i \le 3} (M_A)_{ij} = \underbrace{\{ (M_A)_{31}, (M_A)_{12}, (M_A)_{23} \}}_{\text{υποψήφια Nash-equilibriums}} \quad : (52.1)$$

κυκλικά

για να είναι κάποιο από τα σημεία (52.1) Nash θα πρέπει

$$(M_B)_{31} = \max_{1 \le j \le 3} (M_B)_{3j} \quad : (52.2)$$

είτε: $$(M_B)_{12} = \max_{1 \le j \le 3} (M_B)_{1j} \quad : (52.3)$$

είτε: $$(M_B)_{23} = \max_{1 \le j \le 3} (M_B)_{2j} \quad : (52.4)$$

καμία όμως από τις σχέσεις (52.2), (52.3) κ' (52.4) δεν είναι αληθής $\Rightarrow \nexists$ Nash Equilibriums. □

Άσκηση Να βρεθούν εάν υπάρχουν τα Nash-equilibriums για το παίγνιο στο [fig 11]

$$\Sigma_A = \{ (1,1), (1,2), (2,1), (2,2) \}$$

$\{ \alpha_1, \dots, \alpha_4 \}$ = σύνολο πληροφ. για τον B $\Rightarrow \Sigma_B = \{ (1,1), (1,2), (2,1), (2,2) \}$

- ισχύουν 4 από τις 4^4 στρατηγικές
- το (1,1) σημαίνει ότι ο B παίζει (1,1) ενάντια σε $\forall$ επιλογή του A. (κανονικά δηλ. θα έπρεπε να γράφουμε xyzω πω x=y=z=ω=(1,1)).

$$(n_A = 4, \; n_B = 4)$$

$$\Downarrow$$

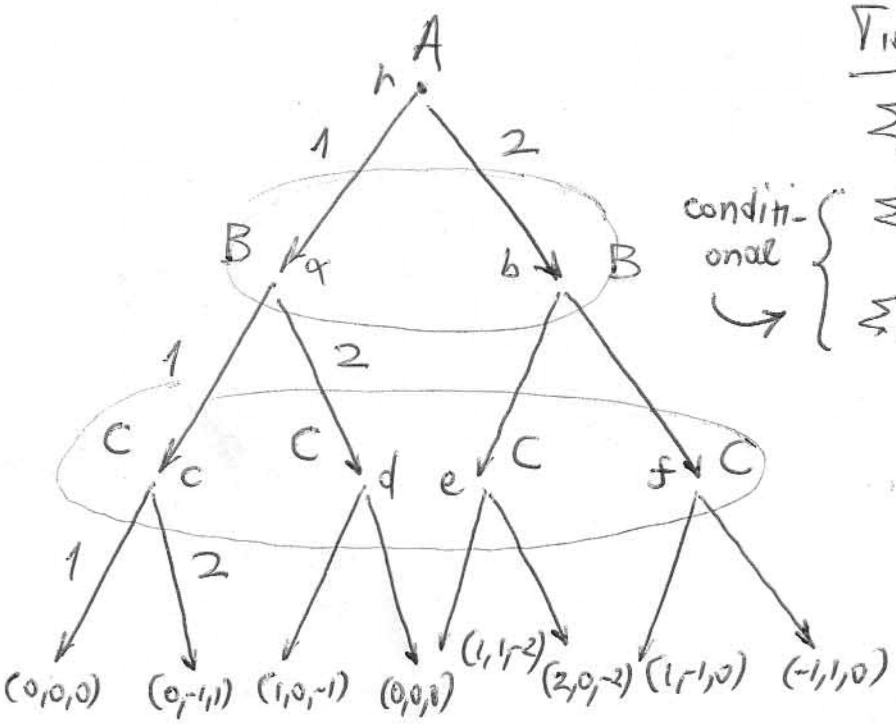
$$(M_A, M_B) \in (\mathbb{R}^2)^{4 \times 4}$$

$$(M_A, M_B) = \begin{array}{c|cccc} \Sigma_A \backslash \Sigma_B & (1,1) & (1,2) & (2,1) & (2,2) \\ \hline (1,1) & (0,0) & (2,-2) & (-3,3) & (0,0) \\ (1,2) & (-2,2) & (0,0) & (0,0) & (+3,3) \\ (2,1) & (3,-3) & (0,0) & (0,0) & (-4,4) \\ (2,2) & (0,0) & (-3,3) & (4,-4) & (0,0) \end{array}$$

Όμοια με την άσκηση [51] καταλήγουμε ότι ∄ Nash-equilibriums.

$\square$

<u>Άσκηση</u>: Στο παίγνιο που ακολουθεί να βρεθούν εάν υπάρχουν τα Nash-equilibriums.



<u>Για ευκολία συμβολίζουμε</u>

$\Sigma_A = \{1, 2\}$

conditional $\begin{cases} \Sigma_B = \{1,2\} \equiv \{11, 22\} \\ \Sigma_C = \{1,2\} \equiv \{1111, 2222\} \end{cases}$

Στρατηγικές	Utilities
(1,1,1)	(0,0,0)
(1,1,2)	(0,-1,1)
(1,2,1)	(1,0,-1)
* (1,2,2)	(0,0,0)
* (2,1,1)	(1,1,-2)
(2,1,2)	(2,0,-2)
(2,2,1)	(1,-1,0)
(2,2,2)	(-1,1,0)

Επειδή $\forall$ παίκτης έχει μόνο 2 στρατηγικές τα conditions για τα Nash equilibriums γράφονται:

$$\begin{cases} U_A(x^*, y^*, z^*) \geq U_A(x, y^*, z^*) \quad , \forall x \in \Sigma_A(T) \\ U_B(x^*, y^*, z^*) \geq U_B(x^*, y, z^*) \quad , \forall y \in \Sigma_B(T) \\ U_C(x^*, y^*, z^*) \geq U_C(x^*, y^*, z) \quad , \forall z \in \Sigma_C(T) \end{cases}$$

Έλεγχος:

$0 = U_A(1,1,1) \geq U_A(2,1,1) = 1$ ✗

$0 = U_A(1,1,2) \geq U_A(2,1,2) = 2$ ✗

$$\begin{cases} 1 = U_A(1,2,1) \geq U_A(2,2,1) = 1 \; ✓ \\ 0 = U_B(1,2,1) \geq U_B(1,1,1) = 0 \; ✓ \\ -1 = U_C(1,2,1) \geq U_C(1,2,2) = 0 \; ✗ \end{cases}$$

$$\underbrace{(1,2,2)}_{\text{Nash}} \Leftarrow \begin{cases} 0 = U_A(1,2,2) \geq U_A(2,2,2) = -1 \; ✓ \\ 0 = U_B(1,2,2) \geq U_B(1,1,2) = -1 \; ✓ \\ 0 = U_C(1,2,2) \geq U_C(1,2,1) = -1 \; ✓ \end{cases}$$

$$\underbrace{(2,1,1)}_{\text{Nash}} \Leftarrow \begin{cases} 1 = U_A(2,1,1) \geq U_A(1,1,1) = 0 \; ✓ \\ 1 = U_B(2,1,1) \geq U_B(2,2,1) = -1 \; ✓ \\ -2 = U_C(2,1,1) \geq U_C(2,1,2) = -2 \; ✓ \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = U_A(2,1,2) \geq U_A(1,1,2) = 0 \; ✓ \\ 0 = U_B(2,1,2) \geq U_B(2,2,2) = 1 \; ✗ \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = U_A(2,2,1) \geq U_A(1,2,1) = 0 \; ✓ \\ -1 = U_B(2,2,1) \geq U_B(2,1,1) = 1 \; ✗ \end{cases}$$

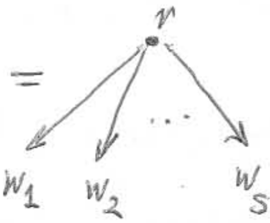
$-1 = U_A(2,2,2) \geq U_A(1,2,2) = 0$ ✗

$\square$

<u>Θεώρημα</u>: Εαν Γ είναι ένα παίγνιο σε ανοιχτή μορφή και τέλειας πληροφόρησης τότε υπάρχει N-διάνυσμα στρατηγικών που είναι ισορροπία Nash.

Η απόδειξη γίνεται με επαγωγή στο βάθος $(De(T))$ του αντίστοιχου δένδρου.

* Εαν $De(T)=1$ τότε το πολύ ένας παίκτης έχει μία κίνηση. Έστω $r \in dom(P_i)$ η στρατηγική του P_i είναι να διαλέξη την τελική κορυφή, για την οποία παίρνει <u>μέγιστη χρησιμότητα</u>. Δηλαδή:

$$S_i^* = \begin{array}{c} r \\ \swarrow \\ w_s \end{array} \quad \max_{w\in\tau(T)} (\vec{p}(w))_i = (\vec{p}(w_s))_i \ , \quad \underset{j\neq i}{S_j^*} =$$  $= T$

κ' $U_K(S_1^*,\dots,S_K^*,\dots,S_N^*) \geq U_K(S_1^*,\dots,S_K,\dots,S_N^*)$, $\forall S_K \in \Sigma_K$. (55.1)

εφόσον $\Sigma_K = \{S_K^*\}$, $\forall \ 1\leq k\leq N$.

Έστω $r \in dom(ς) \Rightarrow S_i^* = T \quad \forall \ 1\leq i\leq N$

κ' πάλι ισχύει η (55.1). (*)

* Δεχόμαστε ότι το θεώρημα ισχύει για όλα τα δένδρα T_u με $1<De(T_u)<m$. Θα δείξουμε ότι το θεώρημα ισχύει κ' για το T.

Επειδή $De(T_u)<m \Rightarrow \forall u \in Ch(r)$ το υπο-παίγνιο T_u έχει το Nash-equilibrium $(S_1^u,\dots,S_N^u) \in \Sigma_1(T_u)\times\cdots\times\Sigma_N(T_u)$

- Εαν $r \in dom(P_j)$ και $\pi_j(s_1^u, \dots, s_N^u) = \max_{v \in Ch(r)} \pi_j(s_1^v, \dots, s_N^v)$

θέτουμε: $s_j^* = (r,u) \cup s_j^u$,

και: $s_i^* = \bigcup_{v \in Ch(r)} \left((r,v) \cup s_i^v\right)$; $i \neq j$ $\Big\}$: (56.1) $\quad s_j^* \in \Sigma_j(T)$, $s_i^* \in \Sigma_i(T)$

- Εαν $r \in dom(C)$ $\Rightarrow$ $s_i^* = \bigcup_{v \in Ch(r)} \left((r,v) \cup s_i^v\right)$, $\forall\, 1 \leq i \leq N$: (56.2)

Οι σχέσεις (56.1) για $r \in dom(P_j)$ κ' (56.2) για $r \in dom(C)$ ορίζουν N - διανύσματα δένδρων επιλογής, που επειδή το παίγνιο είναι τελείας πληροφόρησης αποτελούν στρατηγικές.

Θα θεωρήσουμε τις εξής περιπτώσεις:

(i) Ο παίκτης που απομακρύνεται από την στρατηγική s_i^* (θεωρούμε ότι υιοθετεί τώρα μιαν άλλη στρατηγική s_i) έχει την 1η κίνηση ($r \in dom(P_i)$)

(ii) Ο παίκτης που απομακρύνεται από την s_i^* δεν κατέχει την ρίζα, αλλά την κατέχει κάποιος άλλος παίκτης ($r \in dom(P_j)$, $j \neq i$) που όμως μένει πιστός στην στρατηγική s_j^*

(iii) Ούτε ο παίκτης P_i που απομακρύνεται από την s_i^* αλλά ούτε κ' κανένας άλλος παίκτης P_j (που παραμένει πιστός στην s_j^*) κατέχει την ρίζα, δηλαδή $r \in dom(C)$.

(i) Επειδή ο P_i απομακρύνεται από την S_i^* κ' παίζει χρησιμοποιώντας μια άλλη στρατηγική S_i, αλλά' έχει την πρώτη κίνηση, $S_i \subseteq (r,w) \cup T_W$, για κάποιο $w \in Ch(h)$.

Οι στρατηγικές των άλλων παικτών στο υποπαίγνιο T_W θα είναι: $S_j^W = S_j^* \cap T_W = \left(\bigcup_{v \in Ch(r)} ((r,v) \cup S_j^v) \right) \cap T_W$, $j \neq i$

Έτσι:

$$\pi_i(S_1^*, \dots, S_i, \dots, S_N^*) \overset{\Pi 38(i)}{=} \pi_i(S_1^* \cap T_W, \dots, S_i \cap T_W, \dots, S_N^* \cap T_W) =$$

$$= \pi_i(S_1^W, \dots, S_i \cap T_W, \dots, S_N^W) \underset{\underline{S}^W = Nash}{\leq} \pi_i(S_1^W, \dots, S_i^W, \dots, S_N^W) \leq$$

$$\leq \underbrace{\pi_i(S_1^u, \dots, S_i^u, \dots, S_N^u)}$$ (από τον ορισμός της Nash $\underline{S}^u$)

$$= \pi_i(S_1^* \cap T_u, \dots, S_i^* \cap T_u, \dots, S_N^* \cap T_u) \overset{\Pi 38(i)}{=} \pi_i(S_1^*, \dots, S_i^*, \dots, S_N^*)$$

(ii) Τώρα ο P_i παίζει σύμφωνα με την S_i^* κ' $r \in dom(P_i)$ ενώ κάποιος παίκτης P_j που δεν κατέχει την ρίζα απομακρύνεται από την S_j^* έτσι:

$P_i: \; S_i^* = (r,u) \cup S_i^u$

$P_j: \; S_j = \bigcup_{v \in ch(r)} (r,v) \cup (S_j \cap T_v)$

$P_K: \; S_K^* = \bigcup_{v \in ch(n)} ((r,v) \cup S_K^v)$, $K \neq i,j$

$$\pi_j(S_1^*, \dots, S_j, \dots, S_N^*) \overset{\Pi 38(i)}{=} \pi_j(\overbrace{S_1^* \cap T_u}^{S_1^u}, \dots, S_j \cap T_u, \dots, \overbrace{S_N^* \cap T_u}^{S_N^u}) =$$

$$= \pi_j(S_1^u, \dots, S_j \cap T_u, \dots, S_N^u) \underset{\underline{S}^u = Nash}{\leq} \pi_j(S_1^u, \dots, S_j^u, \dots, S_N^u) \underset{S_i^u = S_i^* \cap T_u}{=}$$

$$= \pi_j\left(s_1^*\cap T_u, \dots, s_j^*\cap T_u, \dots, s_N^*\cap T_u\right) \overset{\Pi 38(i)}{=} \pi_j\left(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_N^*\right).$$

(iii) Επειδή $r \in dom(G)$ για όλους τους παίκτες έχουμε

$$s_i^* = \bigcup_{v\in ch(r)} \left((r,v)\cup s_i^v\right) \;;\; \boxed{\underline{s}^v = \text{Nash στο } T_v}\,,\quad \forall\, 1\leq i\leq N.$$

Έστω ότι ο P_i απομακρύνεται από την s_i^* τότε:

$$\underbrace{\pi_i\left(s_1^*\cap T_u, \dots, s_i\cap T_u, \dots, s_N^*\cap T_u\right)}_{\pi_i(s_1^*,\dots,s_i,\dots,s_N^*)} = \pi_i\left(s_1^u, \dots, s_i\cap T_u, \dots, s_N^u\right)$$

$$\underset{\underline{s}^u = \text{Nash}}{\leq} \pi_i\left(s_1^u, \dots, s_i^u, \dots, s_N^u\right) = \pi_i\left(s_1^*\cap T_u, \dots, s_i^*\cap T_u, \dots, s_N^*\cap T_u\right)$$

$$\Rightarrow P(r,u)\,\pi_i\overbrace{\left(s_1^*\cap T_u, \dots, s_i\cap T_u, \dots, s_N^*\cap T_u\right)}^{\underline{s}\cap T_u} \leq P(r,u)\,\pi_i\overbrace{\left(s_1^*\cap T_u, \dots, s_i^*\cap T_u, \dots, s_N^*\cap T_u\right)}^{\underline{s}^*\cap T_u}$$

$$\Rightarrow \sum_{u\in ch(r)} P(r,u)\,\pi_i(\underline{s}\cap T_u) \leq \sum_{u\in ch(r)} P(r,u)\,\pi_i(\underline{s}^*\cap T_u) \Rightarrow$$

$$\overset{\Pi 38(ii)}{\Rightarrow} \mathbb{E}\left[\pi_i(\underline{s})\right] \leq \mathbb{E}\left[\pi_i(\underline{s}^*)\right], \quad \underline{\text{όπου}}: \quad \begin{aligned} \underline{s} &= (s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_N^*) \\ \underline{s}^* &= (s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_N^*) \end{aligned}$$

$\square$

<u>Άσκηση</u>: Για το παίγνιο στο [fig 12] να βρεθούν (εάν υπάρχουν) τα Nash-equilibriums. (Οι στρατηγικές αυτού του παιγνίου έχουν βρεθεί στην άσκηση σελ. [31]).

$$\Sigma_A = \{L, ML, MR, R\}, \quad \Sigma_B = \{LLL, RRR\}$$

Έτσι οι πίνακες χρησιμοτήτων των A κ' B είναι:

$$M_A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad M_B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ \cancel{0} & 2 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Διακρίνουμε 5 περιπτώσεις διότι:

$$\max_i m^A_{i1} = \{ m^A_{11}, m^A_{21}, m^A_{31} \} \quad \text{και} \quad \max_i m^A_{i2} = \{ m^A_{22}, m^A_{32} \}$$

για να είναι το $(p,q) \in Nash(T)$ θα πρέπει:

$$m^A_{pq} = \max_i m^A_{iq} \quad κ' \quad m^B_{pq} = \max_j m^B_{pj} \qquad : (59.1)$$

Στις προηγούμενες 5 περιπτώσεις μόνο ο $(2,1)$ συνδυασμός στρατηγικών δεν ικανοποιεί τις σχέσεις (59.1) έτσι

$$Nash(T) = \{ (1,1), (3,1), (2,2), (3,2) \}$$
$$\approx \{ (L, LLL), (MR, LLL), (ML, RRR), (MR, RRR) \}$$

□

Άσκηση (i) Στον παρακάτω πίνακα περιγράφεται παίγνιο 3 ατόμων. Υπάρχουν Nash-equilibriums ? Να σχεδιαστεί το αντίστοιχο δένδρο κ' τα σύνολα πληροφορίες για κάθε παίκτη. $\Sigma_1 = \{1,2\}$, $\Sigma_2 = \{1,2\}$, $\Sigma_3 = \{1,2\}$

Στρατηγικές	Payoffs
(1,1,1)	(1,-1,1)
(1,1,2)	(0,0,0)
(1,2,1)	(-1,2,0)
(1,2,2)	(0,1,-1)
(2,1,1)	(1,1,-2)
(2,1,2)	(-2,1,0)
(2,2,1)	(1,0,1)
(2,2,2)	(0,0,1)

(ii) Στον παρακάτω πίνακα περιγράφεται παίγνιο 3 ατόμων, $\Sigma_1 = \{1,2,3\}$, $\Sigma_2 = \{1,2\}$, $\Sigma_3 = \{1,2\}$. Να σχεδιαστεί το αντίστοιχο δένδρο κ' τα σύνολα πληροφορίες για κάθε παίκτη. Δείξτε ότι υπάρχουν 2 Nash-equilibriums

Στρατηγικές	Payoffs
(1,1,1)	(0,-1,0)
(1,1,2)	(0,-2,0)
(1,2,1)	(3,0,-1)
(1,2,2)	(1,-1,-1)

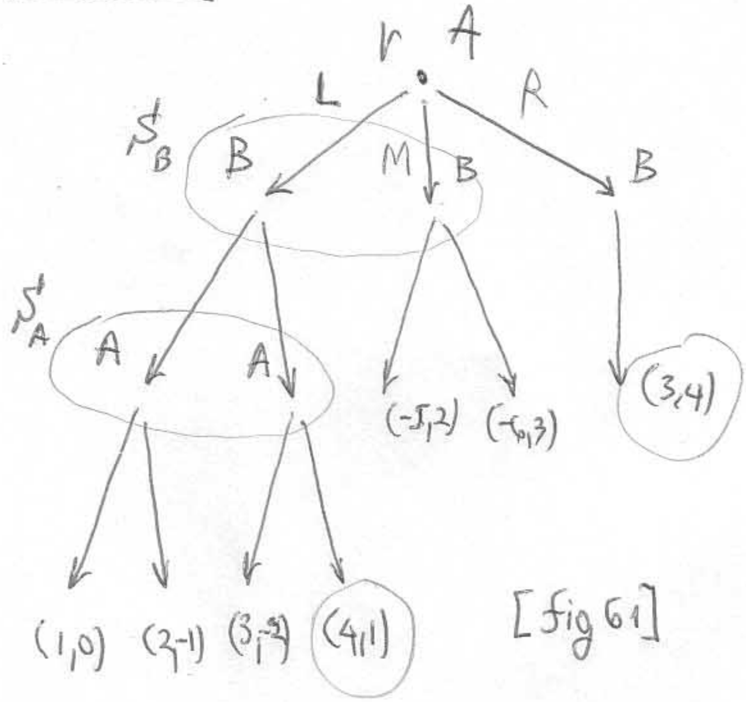
Στρατηγ.	Payoffs
(2,1,1)	(0,0,0)
(2,1,2)	(0,0,-1)
(2,2,1)	(-1,1,1)
(2,2,2)	(2,1,-1)

Στρατηγ.	Payoffs
(3,1,1)	(0,0,2)
(3,1,2)	(0,-1,1)
(3,2,1)	(1,-2,1)
(3,2,2)	(1,1,-1)

Άσκηση

(i) Να βρεθεί το Nash(T) εαν το T είναι παίγνιο τέλειας πληροφόρησης

(ii) Ποιό το Nash(T*) όπου T*, το T με τα σύνολα πληροφορίας S_A' κ' S_B'.



[fig 61]

$$\Sigma_A = \{ \overset{1}{LLL}, \overset{2}{LLR}, \overset{3}{LRL}, \overset{4}{LRR}, \overset{5}{M}, \overset{6}{R} \}, \quad \Sigma_B = \{ \overset{1}{LL}, \overset{2}{LR}, \overset{3}{RL}, \overset{4}{RR} \}$$

Lxy: B:L, B:R

xy: A:L, A:R

	$\Sigma_A \backslash \Sigma_B$	LL 1	LR 2	RL 3 (S_B')	RR 4
LLL	1	(1,0)	(1,0)	(3,-2)	(3,-2)
LLR	2	(1,0)	(1,0)	(4,1)	(4,1)
LRL (S_A')	3	(2,-1)	(2,-1)	(3,-2)	(3,-2)
LRR	4	(2,-1)	(2,-1)	(4,1)	(4,1)
M	5	(-5,2)	(-6,3)	(-5,2)	(-6,3)
R	6	(3,4)	(3,4)	(3,4)	(3,4)

$$Nash(T^*) = \{ \overset{(R,LL)}{(6,1)}, \overset{(LRR,RR)}{(4,4)} \} \subset$$

$$\subset Nash(T) = \{ (6,1), (6,2), (4,3), (2,3), (4,4), (2,4) \}$$

□