

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι Στοχαστικές Ανελίξεις αποτελούν το αντικείμενο έρευνας ξεχωριστού κλάδου της Θεωρίας Πιθανοτήτων με στόχο τη συστηματική μελέτη των τυχαίων φαινομένων του φυσικού κόσμου. Μελετώνται τυχαία φαινόμενα μέσα από τη διαμόρφωση εμπειρικών νόμων και την ανάγκη ορισμού κατάλληλων μαθηματικών δομών που να μπορούν να επεξηγήσουν αυτούς τους νόμους. Μια τέτοια δομή που πλαισιώνεται από μία συλλογή αντιστοιχιών μεταξύ των μαθηματικών συμβολισμών και των αντικειμένων του πραγματικού κόσμου είναι αυτό που ονομάζουμε μοντέλο. Ο όρος μοντέλο σαν παράγωγος της λατινικής λέξης *modus* (=μέτρο) συνεπάγεται μια αλλαγή στην κλίμακα της αναπαράστασης των πραγματικών καταστάσεων.

Είναι γνωστό ότι τα τυχαία ενδεχόμενα χαρακτηρίζουν πολλά φαινόμενα που είναι αντικείμενο μελέτης διάφορων επιστημών πεδίων όπως, μεταξύ άλλων, της Φυσικής, της Βιολογίας, των Οικονομικών και των Κοινωνικών Επιστημών. Συνεπώς, μοιάζει φυσιολογικό να χρησιμοποιηθούν οι πιθανοθεωρητικές μέθοδοι στη μελέτη των τυχαίων φαινομένων. Έτσι, τα αντίστοιχα μοντέλα που μελετώνται είναι στοχαστικά μοντέλα. Ο ορισμός και η συστηματική μελέτη των στοχαστικών μοντέλων αποτελεί βασικό στάδιο ανάπτυξης της θεωρίας των Στοχαστικών Ανελίξεων ώστε η στοχαστική ανέλιξη να θεωρείται ως το ευρύτερο στοχαστικό μοντέλο που περιγράφει πραγματικά φαινόμενα που εξελίσσονται με βάση τους νόμους του τυχαίου. Στις παρούσες σημειώσεις επιχειρείται μία εισαγωγή στην πολύκλαδη θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων τόσο σε θεωρητικό όσο και σε εφαρμοσμένο επίπεδο. Μεταδίδονται οι κεντρικές ιδέες των Στοχαστικών Ανελίξεων με βασικό στόχο να αναδειχθεί η σπουδαιότητα της κατασκευής και της ανάλυσης των στοχαστικών μοντέλων σε διάφορα επιστημονικά πεδία.

Οι παρούσες σημειώσεις αποτελούνται από τέσσερα κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μία ανασκόπηση βασικών στοιχείων από τη Θεωρία Πιθανοτήτων κάποια εκ των οποίων χρησιμοποιούνται στα επόμενα κεφάλαια. Στο δεύτερο κεφάλαιο κάνουμε μια εισαγωγή στη θεωρία των Μαρκοβιανών αλυσίδων σε διακριτό χρόνο. Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζουμε συνοπτικά τις Μαρκοβιανές αλυσίδες σε συνεχή χρόνο και ειδικότερα δύο σημαντικές ανελίξεις όπως την ανέλιξη Poisson και την απλή ανέλιξη Γεννήσεως-Θανάτου. Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφονται κάποια δημοφιλή προβλήματα της θεωρίας των στοχαστικών ανελίξεων. Κάθε καινούργια έννοια που παρουσιάζεται, διανθίζεται από κατάλληλα σχετικά παραδείγματα.

Ως βιβλία για περαιτέρω μελέτη, προτείνονται, μεταξύ άλλων, τα εξής:

### A. Ελληνική Βιβλιογραφία

[1]. Ο. Χρυσαφίνου (2012) Εισαγωγή στις Στοχαστικές Ανελίξεις, Εκδόσεις Σοφία, 2<sup>η</sup> Έκδοση.

[2]. Θ. Κάκουλος (1995) Στοχαστικές Ανελίξεις, Εκδόσεις Αθανασόπουλος και Σία, 1<sup>η</sup> Έκδοση.

[3]. Τ. Δάρας, Π. Σύψας (2003) Στοχαστικές Διαδικασίες, Εκδόσεις Ζήτη, 1<sup>η</sup> Έκδοση.

- [4]. Α. Παπουλής (2007) Πιθανότητες, Τυχαίες Μεταβλητές και Στοχαστικές Διαδικασίες, Εκδόσεις Τζιόλα.
- [5]. Δ. Φακίνος (2011) Εισαγωγή στις Πιθανότητες και τις Στοχαστικές Διαδικασίες, 1<sup>η</sup> Έκδοση, Εκδόσεις Αθανασόπουλος και Σία ΙΚΕ.
- [6]. Μ. Λουλάκης (2016) Στοχαστικές Διαδικασίες, Ηλεκτρονικό Βιβλίο, 1<sup>η</sup> Έκδοση, Εκδόσεις Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα-Αποθετήριο «Κάλλιπος».
- [7]. Σ. Καλπαζίδου (1994) Στοιχεία Θεωρίας Στοχαστικών Ανεξίξεων, Εκδόσεις Ζήτη.

Β. Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- [1]. S.M. Ross (1996) Stochastic Processes, Wiley and Sons, New York.
- [2]. S. Solomon (1987) Probability and Stochastic Processes, Prentice Hall.
- [3]. S.I. Resnick (2005) Adventures in Stochastic Processes, Birkhauser, 4<sup>th</sup> Printing.
- [4]. S.M. Ross, E.A. Pekoz (2007) A second course in Probability, Probability Bookstore, Boston, United States.

Ο Διδάσκων

Θεοδόσης Δημητρίου Δημητράκος

Σάμος Φεβρουάριος 2020