



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΙΓΑΙΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

Σημειώσεις για το μεταπτυχιακό μάθημα:

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Θεοδόσης Δημητράκος

e-mail: dimitheo@aegean.gr

Σάμος 2023

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Μαθηματική Στατιστική είναι η περιοχή των Πιθανοτήτων και της Στατιστικής που μελετά και εξετάζει διάφορα θέματα αυτής της επιστημονικής περιοχής κάτω από κατάλληλες μαθηματικές δομές και μαθηματική αυστηρότητα. Περιλαμβάνει τη θεωρία των Πιθανοτήτων, τη θεωρία των τυχαίων μεταβλητών και των κατανομών, την εκτίμηση παραμέτρων κατανομών, τον έλεγχο στατιστικών υποθέσεων και άλλα.

Αντικείμενο του παρόντος μαθήματος είναι η αντιμετώπιση των βασικών θεμάτων της Μαθηματικής Στατιστικής όπως η εκτίμηση παραμέτρων και ο έλεγχος στατιστικών υποθέσεων. Ο αναγνώστης θα πρέπει να έχει μία οικειότητα με ένα εισαγωγικό μάθημα στη Στατιστική και ειδικότερα στη θεωρία μονοδιάστατων αλλά και πολυδιάστατων κατανομών καθώς και κάποιες λίγες γνώσεις στο λογισμό συναρτήσεων δύο μεταβλητών και στη Γραμμική Άλγεβρα.

Αυτές οι σημειώσεις απευθύνονται κυρίως σε φοιτητές Στατιστικών και Μαθηματικών Τμημάτων των Πανεπιστημίων, σε φοιτητές άλλων Τμημάτων που έχουν το απαραίτητο υπόβαθρο και σε κάθε ερευνητή της Μαθηματικής Στατιστικής.

Οι παρούσες σημειώσεις αποτελούνται από πέντε κεφάλαια. Στο 1^ο Κεφάλαιο, γίνεται μία μικρή ανασκόπηση σε βασικά στοιχεία της θεωρίας Πιθανοτήτων. Στο 2^ο Κεφάλαιο, παρουσιάζεται η θεωρία της Εκτιμητικής σε σημείο. Γίνεται αξιολόγηση των εκτιμητών βάσει διαφόρων κριτηρίων και ιδιοτήτων όπως η αμεροληψία και η ελάχιστη διακύμανση. Περιγράφεται η Εκθετική Οικογένεια Κατανομών (EOK) και ορίζεται το μέτρο πληροφορίας κατά Fisher και το κάτω φράγμα της ανισότητας Cramer-Rao. Αναζητώνται αμερόληπτοι ομοιόμορφα ελάχιστης διασποράς εκτιμητές των παραμέτρων. Στο 3^ο Κεφάλαιο, αναπτύσσονται οι ιδιότητες της Επάρκειας, της Πληρότητας, της Συνέπειας και τα συναφή θεωρήματα Rao-Blackwell και Lehmann-Scheffe. Οι εκτιμητές των παραμέτρων αναζητώνται μέσω των βασικών μεθόδων εύρεσης εκτιμητών που είναι η μέθοδος μεγίστης πιθανοφάνειας και η μέθοδος των ροπών. Στο 4^ο Κεφάλαιο, περιγράφεται η διαστηματική εκτίμηση των παραμέτρων. Δίνονται διάφοροι τρόποι κατασκευής των διαστημάτων εμπιστοσύνης, ορίζεται η αντιστρεπτή ποσότητα και διερευνάται πότε αυτή υπάρχει. Αναζητείται το βέλτιστο διάστημα εμπιστοσύνης και όπου αυτό δεν είναι εφικτό, υπολογίζονται προσεγγιστικά διαστήματα εμπιστοσύνης. Στο 5^ο Κεφάλαιο, μελετάμε τους ελέγχους στατιστικών υποθέσεων. Ορίζονται τα σφάλματα τύπου I και II και η ισχύς μιας στατιστικής υπόθεσης. Με τη βοήθεια του Λήμματος Neyman-Pearson, αναζητούνται ομοιόμορφα ισχυρότατοι έλεγχοι υποθέσεων και οι βέλτιστες αποφάσεις λαμβάνονται χρησιμοποιώντας τον έλεγχο του πηλίκου πιθανοφάνειας και τους ασυμπτωτικούς ελέγχους του πηλίκου πιθανοφάνειας.

Κάθε καινούργια έννοια διανθίζεται με κατάλληλα σχετικά παραδείγματα. Εκτός των παρόντων σημειώσεων, παραθέτουμε ενδεικτικά παρακάτω, μερικά από τα συγγράμματα που αναφέρονται σε θέματα των παρόντων

σημειώσεων, τόσο από την Ελληνική, όσο και από τη Ξενόγλωσση βιβλιογραφία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για περισσότερη μελέτη.

Προτεινόμενη Ενδεικτική Βιβλιογραφία

A. Ελληνική

[1Ε]. Χ. Δαμιανού, Μ. Κούτρας, Εισαγωγή στη Στατιστική, Μέρος Ι, Εκδόσεις Συμμετρία, 2003.

[2Ε]. Γ. Ηλιόπουλος, Βασικές Μέθοδοι Εκτίμησης Παραμέτρων με σημείο και με διάστημα, Β Έκδοση, Εκδόσεις Σταμούλη, 2013.

[3Ε]. Φ. Κολύβα-Μαχαίρα, Μαθηματική Στατιστική, Τόμος Ι, Εκτιμητική, Εκδόσεις Ζήτη, 1998.

[4Ε]. Τ. Παπαϊωάννου, Κ. Φερεντίνος, Μαθηματική Στατιστική, Β Έκδοση, Εκδόσεις Σταμούλη, 2000.

[5Ε]. Κ. Φερεντίνος, Κ. Ζωγράφος, Τ. Παπαϊωάννου, Εκτιμητική και Έλεγχος Υποθέσεων, Εκδόσεις Σταμούλη, 2020.

B. Ξενόγλωσση

[1Ξ]. R. Hogg, A. Graig, Introduction to Mathematical Statistics, 4th Edition, Macmillan Company, New York, 1978.

[2Ξ]. R. Hogg, E. Tanis, D. Zimmerman, Probability and Statistical Inference, 10th Edition, Pearson, 2023.

[3Ξ]. E.L. Lehmann, G. Casella, Theory of Point Estimation, 2nd Edition, 1998.

[4Ξ]. D.J. Olive, Statistical Theory and Inference, Springer, 2014.

[5Ξ]. D. Wackerly, W. Mendenhall, R.L. Scheaffer, Mathematical Statistics with Applications, Thomson, 2008.