Έστω $\mathbb{N} = A \dot{\cup} B$ και $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ και $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ δύο μηδενικές ακολουθίες τότε και η

$$e_n = \begin{cases} c_n, & \text{εαν } n \in A \\ d_n, & \text{εαν } n \in B \end{cases}$$

είναι επίσης μηδενική (Η παραπάνω εκφωνηση να μην γραφτει σε LATEX)

Λύση: εστω $\varepsilon > 0$ και θέλουμε να βρούμε $n_0(e, \varepsilon)$ το οποίο εξαρτάται απο την ακολουθία $e = (e_n)_{n\in\mathbb{N}}$ και το δοσμενο ε ετσι ώστε

$(\forall n \geq n_0)\ |e_n| < \varepsilon$ δηλ. αν $n \in A,\ n \geq n_0 \Rightarrow |c_n| < \varepsilon$

και όμοια αν $n \in B,\ n \geq n_0 \Rightarrow |d_n| < \varepsilon$

Όμως εκ των υποθέσεων αυτές τις ανισότητες τις έχουμε! Για να 'μαστε πιο ακριβείς: Αφου η (c_n) είναι μηδενική έχουμε οτι υπάρχει ενας φυσικός αριθμός $n_1 = n_1(c, \varepsilon)$ (Που εξαρτάται απ' την ακολουθία $c = (c_n)$ και τό ε) ετσι ώστε:

$(\forall n \geq n_1)\ |c_n| < \varepsilon$

Όμοια υπαρχει $n_2 = n_2(d, \varepsilon)$ ετσι ώστε για $(\forall n \geq n_2)\ |d_n| < \varepsilon$.

Κατα συνέπεια εαν ορίσουμε $n_0 = \max\{n_1, n_2\}$ παίρνουμε

$(\forall n \geq n_0)\ |c_n| < \varepsilon$ και $|d_n| < \varepsilon$ και αρα και

\en\<ε ΤΕΛΟΣ!