

Θέματα στην Κωδικοποίηση

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Σάββατο 2/2/2002

1. Σε ένα κανάλι χωρίς θόρυβο κάθε ψηφίο(0 ή 1) που λαμβάνουμε στην έξοδο είναι ακριβώς εκείνο το ψηφίο που μας αποστάλθηκε. Δυστυχώς κανένα κανάλι δεν είναι χωρίς θόρυβο! Ας υποθέσουμε λοιπόν, ότι έχουμε ένα κανάλι με πιθανότητα $p = 0,7$ το ψηφίο που λαμβάνουμε να είναι ακριβώς εκείνο που μας αποστάλθηκε και έστω οι κώδικες $C_1 = \{000, 010, 100, 110\}$ και $C_2 = \{000, 011, 101, 110\}$. Θέλουμε να τους χρησιμοποιήσουμε στο παραπάνω κανάλι.
 - (i) Ποια είναι η πιθανότητα να συμβούν κανένα ή ένα λάθη κατά την μετάδοση μιας λέξης του C_1 χωρίς να μπορουν να ανιχνευτούν;
 - (ii) Η ίδια ερώτηση για τον C_2 .Από τα αποτελέσματά σας ποιά κώδικα θα προτιμούσατε για αποστολή μηνυμάτων;
2. Έστω $C = \{001, 100\}$ ένας κώδικας και ας υποθέσουμε ότι η λέξη $v = 001$ έχει σταλεί. Σε ποιες περιπτώσεις η IMLD αποκωδικοποίηση θα αποφασίσει σωστά ότι αυτή η λέξη στάλθηκε, και σε ποιες περιπτώσεις θα αποφασίσει λανθασμένα; Επίσης βρείτε τον αριθμό $\theta_p(C, 001)$ για πιθανότητα $p = 0,7$.
3. Λέμε ότι ένας κώδικας C ανιχνεύει ένα σχεδιάγραμμα λάθους $u \neq 0$ εάν και μόνο εάν για κάθε v του C ισχύει ότι το $u + v$ δεν ανήκει στο C . Επίσης θα λέμε ότι ο C διορθώνει το u εάν και μόνον εάν για κάθε δυο διαφορετικές κωδικολέξεις v και w του C ισχύει $wt(u) < wt(u+v+w)$.
 - (i) Δείξτε ότι εάν ο C διορθώνει κάποιο σχ. λάθους u τότε θα το ανιχνεύει.
 - (ii) Το αντίστροφο δεν ισχύει πάντα. Πάρτε ως αντιπαράδειγμα τον $C = \{000, 111\}$ και βρείτε ένα κατάλληλο u .
4. Έστω $S = \{11101, 10110, 01011, 11010\}$. Δείξτε ότι το S είναι γρ. εξαρτημένο και άρα δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μια βάση του κώδικα $C = \langle S \rangle$. Στην συνέχεια βρείτε ένα υποσύνολο S' του S το οποίο να είναι βάση του $C = \langle S \rangle$. Βρείτε τέλος το δυικό κώδικα C^\perp του C . (Υπόδειξη $C^\perp = S'^\perp$)
5. Για κάθε κώδικα C υπάρχει η τριάδα (n,k,d) όπου n = το μήκος του C , k η διάστασή του και d η απόστασή του. Έστω C είναι ο γρ. κώδικας με parity check πίνακα τον

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Βρείτε την τριάδα (n,k,d) για τον C .

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Χαράλαμπος Κορνάρος