

Θέματα στην Κωδικοποίηση

1. Δίνεται ο κώδικας $C = \{00, 01, 10, 11\}$. Εξηγήστε γιατί δεν μπορεί να ανιχνεύσει κανένα λάθος. Ας τροποποιήσουμε τον C επαναλαμβάνοντας κάθε λέξη του (α) μία ακόμη φορά (β) δύο ακόμη φορές. Έστω C_1 και C_2 οι κώδικες που προκύπτουν, αντίστοιχα. Βελτιώθηκαν οι ικανότητες ανίχνευσης; Ποιός κώδικας από τους C_1 και C_2 ανιχνεύει περισσότερα λάθη και γιατί;

2. Έστω ότι τα μηνύματα διέρχονται μέσα από ένα δυαδικό συμμετρικό κανάλι με αξιοπιστία ίση με $p = 0.9$. Έστω επίσης ο κώδικας $C = \{v_1, v_2, v_3\}$ όπου $v_1 = 1001, v_2 = 0001, v_3 = 0100$ και $w = 1000$ είναι η λέξη που παραλήφθηκε από τον αποκωδικοποιητή.

(α) Ποιά ή ποιές από τις παραπάνω κωδικολέξεις v_1, v_2, v_3 είναι πιθανότερο να μας έχει αποσταθεί και γιατί; (β) Ποιά είναι η τιμή της $\theta_p(C, v_3)$ δηλ. ποια είναι η πιθανότητα που η ΑΑΜΠ(Ατελής ή μη πλήρης Αποκωδικοποίηση Μεγίστης Πιθανότητας)θα αποκωδικοποιήσει μια παραληφθείσα λέξη με την v_3 ;

3. Δίνεται ο κώδικας C που περιέχει τις 00000, 10100, 01100 και κάποιες άλλες δυαδικές λέξεις μήκους 5 και βάρους 4. Μελετήστε τις πληροφορίες αυτές και απαντήστε ποιά από τα παρακάτω ισχύουν: (α) Η απόσταση του κώδικα είναι ίση με $d = 2$ (β) το σφάλμα 10000 δεν ανιχνεύεται (γ) το σφάλμα 11000 ανιχνεύεται και (δ) το σφάλμα 00100 διορθώνεται.

4. Δίνεται ο γραμμικός κώδικας C που έχει διάσταση 3 και περιέχει τις κωδικολέξεις 0100, 0011 και 1100. (α) Γράψτε τα υπόλοιπα στοιχεία του. (β) Βρείτε ένα γεννήτορα και ένα parity check πίνακα για τον C . (γ) Βρείτε μια βάση του δυϊκού κώδικα C^\perp .

5. Οι γραμμικοί κώδικες προσφέρουν μεγάλες ευκολίες στην ανίχνευση και την διόρθωση σφαλμάτων. Για παράδειγμα εάν κάποια λέξη(ένα σφάλμα) u δεν διορθώνεται τότε οποιαδήποτε άλλη λέξη που ανήκει στο ίδιο σύμπλοκο με την u δεν διορθώνεται. Εφαρμογή: Δίνεται ο κώδικας C με parity check πίνακα τον H που έχει πρώτη στήλη την 101100, δεύτερη την 111010 και τρίτη την 011001. Βρείτε το πλήθος των συμπλόκων του C και στην συνέχεια βρείτε ένα ή περισσότερα σύμπλοκα που οι λέξεις τους δεν μπορούν να διορθωθούν.

Καλή επιτυχία!

Ο διδάξας Χαράλαμπος Κορνάρος