

Θέματα στην Μαθηματική Λογική

1. Δίνεται η πρόταση $Q : ((A \wedge B) \longrightarrow \Gamma) \wedge A \wedge (\neg B \longrightarrow \Gamma)$.

α. Να βρεθεί η αντίστοιχη συνολοθεωρητική μορφή της Q

β. Να δειχθεί με δυαδική επίλυση ότι $Q \vdash_R \Gamma$.

2. Είναι γνωστό ότι οποιαδήποτε πρόταση σ είναι λογικά ισοδύναμη με μια πρόταση σε διαζευκτική κανονική μορφή(ΔΚΜ) και με μια πρόταση σε συζευκτική κανονική μορφή(ΣΚΜ). Να γραφεί η $\sigma := ((A \longrightarrow B) \longrightarrow A) \longrightarrow A$ σε ΔΚΜ και σε ΣΚΜ και χρησιμοποιώντας αυτές να εξεταστεί αν είναι επαληθεύσιμη.

3. Να κατασκευαστεί ένας σημαντικός πίνακας με κορυφή $\psi((A \longrightarrow B) \longleftrightarrow (A \vee B))$. Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω πίνακα να βρεθεί μια εκτίμηση αληθείας που διαψεύδει την δοθείσα πρόταση και μια άλλη που την επαληθεύει.

4. Στην Λογική των Κατηγορημάτων ισχύουν οι παρακάτω συνεπαγωγές

$$(\forall x)\phi \vee (\forall x)\sigma \longrightarrow (\forall x)(\phi \vee \sigma) \text{ και } (\exists y)(\forall x)\tau \longrightarrow (\forall x)(\exists y)\tau$$

αλλά δεν ισχύουν πάντα οι αντίστροφες συνεπαγωγές. Να κατασκευαστούν δύο δομές(ερμηνείες) και τρεις τύποι ϕ, σ, τ στις έτσι ώστε να ΜΗΝ ισχύουν οι αντίστροφες συνεπαγωγές.

5. Να γραφεί ένα πρόγραμμα σε Prolog που να αποφασίζει αν

α. ένα δεδομένο σημείο (a, b) βρίσκεται στο εσωτερικό ενός κύκλου με κέντρο το σημείο (c, d) και ακτίνας r

β. τρία σημεία με συντεταγμένες $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ και (x_3, y_3) είναι συνευθειακά. Για το ερώτημα β. υπενθυμίζουμε ότι στη Prolog η διαίρεση εκφράζεται με το σύμβολο $/$ και η ισότητα μεταξύ δυο αριθμητικών εκφράσεων A_1 και A_2 με $A_1 =:= A_2$.

Χρόνος εξέτασης : 3 ώρες. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Καλή επιτυχία!

Ο διδάξας

Χαράλαμπος Κορνάρος