



Θέματα στη Μαθηματική Λογική

Εξεταστική Ιουνίου 2011

Διδάξας Χ. Κορνάρος.

1. Δείξτε ότι οι παρακάτω προτάσεις είναι ταυτολογία με δυο τουλάχιστον διαφορετικούς τρόπους.

$$((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$$

$$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$$

2. Δίνεται η πρόταση

$$\sigma = [(\neg A \wedge B) \rightarrow \Gamma] \vee \Delta.$$

Βρείτε την συζευκτική(Σ.Κ.Μ) και την διαζευκτική(Δ.Κ.Μ.) κανονική μορφή της σ . Χρησιμοποιώντας μια από αυτές τις κανονικές μορφές να εξετάσετε αν η σ είναι επαληθεύσιμη ή όχι.

3. Αφού αποδείξετε ότι το σύνολο υποθέσεων

$$\Sigma = \{A \rightarrow \Gamma, B \leftrightarrow \Delta, (A \vee B) \wedge (\Gamma \vee \Delta)\}$$

είναι συνεπές να εξετάσετε αν το $(A \wedge B) \vee (\Gamma \wedge \Delta)$ είναι συνέπεια του, χρησιμοποιώντας

- τον ορισμό της συνέπειας μιας πρότασης από ένα σύνολο
- σημαντικούς πίνακες του Beth.

4. Να κατασκευάσετε μια κατάλληλη γλώσσα για την Ευκλείδεια Γεωμετρία που να περιλαμβάνει σύμβολα κατηγορημάτων για κάθε μια από τις ιδιότητες 'το X είναι ένα σημείο', 'το X είναι μια ευθεία' και 'το X ανήκει στη Y '. Με αυτήν να γράψετε κατάλληλους τύπους για τις γνωστές μας προτάσεις της Ευκλείδειου:

- Δυο δοσμένα διαφορετικά σημεία X, Y ανήκουν σε μια και μοναδική ευθεία.
- Η ευθεία E περιέχει δυο τουλάχιστον σημεία.

5. Να αποδειχθεί η πρόταση $(\forall X)\phi(X) \rightarrow (\exists X)\phi(X)$ με τον ορισμό της αλήθειας (Tarski). Στην συνέχεια να κατασκευάσετε κατάλληλη δομή(ερμηνεία) που να διαψεύδει την αντίστροφη συνεπαγωγή.

Χρόνος εξέτασης: 3 ώρες. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Καλή επιτυχία!