

Θέματα στην Μαθηματική Λογική
Εξεταστική Σεπτεμβρίου 2010

1. Εξετάστε αν ο καθένας απο τους παρακάτω τύπους συνεπάγεται ταυτολογικά τον άλλο

$$A_0 \leftrightarrow (A_1 \leftrightarrow A_2)$$
$$(A_0 \wedge (A_1 \wedge A_2)) \vee (\neg A_0 \wedge (\neg A_1 \wedge \neg A_2))$$

2. Να γραφτεί η $\sigma = (A \rightarrow (B \rightarrow \Gamma)) \leftrightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow \Gamma))$ σε διαζευκτική κανονική μορφή και σε συζευκτική κανονική μορφή. Χρησιμοποιώντας μία απ' αυτές να εξεταστεί αν η σ είναι ταυτολογία.

3. Να δείξετε με την μέθοδο των σημαντικών πινάκων(δηλ. με μια Beth απόδειξη) ότι $Q \vdash_B \Gamma$, όπου

$$Q : ((A \wedge B) \rightarrow \Gamma) \wedge A \wedge (\neg B \rightarrow \Gamma).$$

4. Δείξτε με ένα Πλήρη Συστηματικό Πίνακα Beth ότι ισχύει

$$(\exists X)(p(X) \vee q(X)) \leftrightarrow [(\exists X)p(X) \vee (\exists X)q(X)]$$

όπου p και q είναι δυο μονοθέσια σύμβολα κατηγορημάτων. Κάντε το ίδιο με τον ορισμό αληθείας του Tarski.

5. Έστω P, Q είναι σύμβολα κατηγορημάτων, g ένα σύμβολο μονοθέσιας συνάρτησης και b ένα σύμβολο σταθεράς. Δίνεται η πρόταση

$$(\forall x)[(\neg P(x) \vee (\exists w)Q(w, x)) \wedge P(g(b))] \wedge (\forall x)(\forall z)(\neg Q(x, z))$$

Ελένξτε την πρόταση ως προς την ικανοποιησιμότητά της αφού την γράφεται συνολοθεωρητικά ως σύνολο παραγόντων.

Χρόνος εξέτασης: 3 ώρες. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Καλή επιτυχία!

Ο Διδάξας

Κορνάρος Χ.