

ΘΕΜΑΤΑ ΛΟΓΙΚΗΣ

1. Δίνεται η γλώσσα $L = \{\Delta, c_1, c_2, \dots, c_9\}$, όπου το Δ είναι ένα σύμβολο κατηγορήματος βαθμού 2 και c_1, c_2, \dots, c_9 σύμβολα σταθερών, και η ερμηνεία $E = (\{1, 2, \dots, 9\}, |)$, όπου με την σχέση διαιρετότητας $|$ ερμηνεύουμε το Δ δηλ. $\varepsilon(\Delta) = |$ και επίσης ερμηνεύουμε $\varepsilon(c_i) = i$, $i = 1, \dots, 9$. Να γραφεί μια πρόταση της L που να περιγράφει ότι η σταθερά c_9 είναι πρώτος αριθμός και να ελέγξετε αν η παρακάτω πρόταση είναι αληθινή στην E :

$$(\exists x)(\forall y)\Delta(y, x).$$

2. Να βρεθούν οι συνολοθεωρητικές μορφές παρακάτω προτάσεων:

- (i) Οτιδήποτε τρώει κανείς και δεν πεθαίνει είναι φαγητό.
(ii) $\neg[(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists y)(\forall z)Q(y, z)]$

(Υπόδειξη: για την πρώτη χρησιμοποιείτε τα κατάλληλα κατηγορήματα π.χ το $Z(x)$ που θα σημαίνει ότι «ο x είναι ζωντανός» κ.ο.κ. Επίσης θα πρέπει να βρείτε πρώτα την Δ.Ε.Κ.Μ και στην συνέχεια την Κ.Μ.Σ - Κανονική Μορφή Skolem –των προτάσεων)

3. (α) Να αποδείξετε ότι οι τύποι φ, ψ είναι ταυτολογικά ισοδύναμοι αν ο τύπος

$$\varphi \leftrightarrow \psi$$

είναι ταυτολογία.

- (β) Να αποδείξετε ότι οι τύποι $\alpha \rightarrow \beta$ και $\neg\beta \rightarrow \neg\alpha$ είναι ταυτολογικά ισοδύναμοι.

4. Να αποδείξετε ότι κάθε συνεπές σύνολο τύπων Φ περιέχεται σε ένα μέγιστο συνεπές σύνολο τύπων Ψ .

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Κυριάκος Κερεμίδης

Χαράλαμπος Κορνάρος