

Θέματα στη Μαθηματική Λογική

Εξεταστική Ιουνίου 2009- Διδάξας: Χ. Κορνάρος

1. Χρησιμοποιείστε κατάλληλα τους αληθοπίνακες ώστε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα θετικά ή αρνητικά.

- το $A \rightarrow B$ είναι συνέπεια του συνόλου $\{(A \rightarrow B) \rightarrow \Gamma, A \wedge \neg B, B \leftrightarrow \Gamma\}$
- $A \rightarrow B \equiv A \vee \neg B$
- το $\{A \vee B \vee \Gamma, A \vee B \vee \neg \Gamma, A \vee \neg B, \neg A \vee \neg \Gamma, \neg A \vee \Gamma\}$ είναι ασυνεπές

2. Δίνεται η πρόταση $[(\neg A \wedge B) \rightarrow \Gamma] \vee \Delta$. Βρείτε με την μέθοδο των σημαντικών πινάκων του Beth μια ερμηνεία που να την επαληθεύει και μια άλλη που να την διαψεύδει.

3. Να δειχθεί με την μέθοδο της δυαδικής επίλυσης ότι

$$\{A \rightarrow (B \rightarrow \Gamma), \neg \Delta \vee A, B\} \models \Delta \rightarrow \Gamma.$$

4. Να αποδείξετε ότι ισχύει ο παρακάτω νόμος

$$(\exists X)(p(X) \vee q(X)) \leftrightarrow [(\exists X)p(X) \vee (\exists X)q(X)]$$

όπου p και q είναι δύο μονοθέσια σύμβολα κατηγορημάτων

(i) με τον ορισμό αλήθειας του Tarski

(ii) με την μέθοδο ενοποίησης-επίλυσης.

5. Έστω $L = \{=, +, \cdot, 0, 1\}$ μια γλώσσα της λογικής των κατηγορημάτων (το \cdot είναι το σύμβολο του πολ/σμού). Γράψτε στην L μια πρόταση σ_1 που θα λέει ότι κάθε στοιχείο X είναι άρτιος ή περιττός και μια σ_2 που να λέει ότι κάθε στοιχείο X έχει τετραγωνική ρίζα. Στη συνέχεια βρείτε μια ερμηνεία που διαψεύδει την σ_1 και μια άλλη που αληθεύει την σ_2 .

Χρόνος εξέτασης: 3 ώρες. Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Καλή επιτυχία!