ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2005
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ 'ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ'

Διδάσκοντες: **Χ. Κορνάρος – Χ. Τσαγγάρης**
Διάρκεια εξέτασης: **2,5 ώρες**

Θέμα 1ο: (2 μονάδες)

Δίνονται οι ακολουθίες $\alpha_m = \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n}$ και $I_m = \int_1^m \frac{1}{x} dx$.

α. Συγκρίνετε τις ακολουθίες μεταξύ τους. Ποια είναι η μεγαλύτερη;

β. Τι παρατηρείτε για τη διαφορά τους καθώς το $m \to \infty$;

Θέμα 2ο: (1 μονάδα)

Υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται στο εσωτερικό της έλλειψης: $x^2 + 5y^2 = 9$.

Υπόδειξη: Το εμβαδόν του χωρίου D δίνεται από το ολοκλήρωμα $\iint_D 1dxdy$.

Θέμα 3ο: (1 μονάδα)

Να σχεδιάσετε στο ίδιο γράφημα τις συναρτήσεις $f(x)=x^e$ και $g(x)=e^x$ για $x \in [0,4]$. Θέστε στο γράφημά σας τον τίτλο «Οι συναρτήσεις x^e και e^x». Επίσης για καλύτερη εμφάνιση προσπαθήστε η f να εμφανιστεί με διακεκομμένη γραμμή και η g με κόκκινη.

Θέμα 4ο: (1 μονάδα)

Να λυθεί και να διερευνηθεί το σύστημα

$$-\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{\alpha}, \quad \frac{1}{x}-\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{b}, \quad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=\frac{1}{c}$$

α) ως προς x, y, z και β) ως προς α, b, c. Και στις δύο περιπτώσεις να γίνει επαλήθευση.

Θέμα 5ο: (1 μονάδα)

Μια πολύ γνωστή ακολουθία φυσικών αριθμών στα μαθηματικά είναι η ακολουθία Fibonacci (ορισμένη από τον Ιταλό μαθηματικό Leonardo Fibonacci). Οι όροι της ακολουθίας αυτής, ας τη συμβολίσουμε f, ορίζονται ως εξής:

$$f_1 = 1,\ f_2 = 1,\ f_3 = 2,\ f_4 = 3,\ f_5 = 5$$

και γενικώς $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ (δηλαδή κάθε όρος εκτός από τους δύο πρώτους, δίνεται ως άθροισμα των δύο προηγούμενων όρων). Να γράψετε συνάρτηση (fibon[n_Integer]) που θα δέχεται ως όρισμα έναν φυσικό αριθμό n και θα υπολογίζει και θα εκτυπώνει το άθροισμα των n πρώτων όρων της ακολουθίας Fibonacci.

Θέμα 6ο: (2 μονάδες)

Έστω το διάνυσμα στήλη $x = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ και το διάνυσμα γραμμή y = [1, 2, 3]. Να υπολογίσετε με τη βοήθεια του Mathematica το γινόμενο τους $z = x \cdot y$. Στη συνέχεια να γράψετε πρόγραμμα που να υπολογίζει τη μέγιστη τιμή του z και τη θέση της μέγιστης αυτής τιμής.