Κεφάλαιο 1ο: Βασικές Έννοιες

1.1 Συνήθεις Πράξεις

Το *Mathematica* υποστηρίζει όλες τις αριθμητικές πράξεις, και μάλιστα με τον γνωστό τρόπο. Έτσι μπορούμε, να προσθέσουμε δύο αριθμούς χρησιμοποιώντας το γνωστό σύμβολο "+",

```
100 + 200

300
```

να αφαιρέσουμε δύο αριθμούς χρησιμοποιώντας το γνωστό σύμβολο "-",

```
300 - 500

-200
```

να πολλαπλασιάσουμε δύο αριθμούς χρησιμοποιώντας το σύμβολο "*"

```
200 * 300

60000
```

και να διαιρέσουμε δύο αριθμούς χρησιμοποιώντας το σύμβολο "/".

```
1000 / 20

50
```

Το σύμβολο "*" που χρησιμοποιήσαμε για τον πολλαπλασιασμό μπορεί να αντικατασταθεί από το κενό διάστημα.

```
200 300

60000
```

Εκτός από το σύμβολο "/", το οποίο το χρησιμοποιήσαμε για τη διαίρεση αριθμών, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και το συνδυασμό των πλήκτρων Ctrl + /. Για παράδειγμα, η επόμενη εντολή πληκτρολογήθηκε με την εξής σειρά: 1000 Ctrl + / 20.

$$\frac{1000}{20}$$

```
50
```

Όλες οι πράξεις που είδαμε παραπάνω μπορούν να συνδυαστούν μεταξύ τους.

```
12 * 10 + 24 - 12 / 6

142
```

Πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχει συγκεκριμένη προτεραιότητα στην εκτέλεση των πράξεων. Συγκεκριμένα, 1η προτεραιότητα έχει η πράξη της ύψωσης σε δύναμη (^), 2η προτεραιότητα έχουν οι πράξεις του πολλαπλασιασμού (*) και της διαίρεσης (/) και 3η προτεραιότητα έχουν οι πράξεις της πρόσθεσης (+) και της αφαίρεσης (-). Μπορούμε να παρακάμψουμε όμως αυτή την προτεραιότητα εκτέλεσης των πράξεων χρησιμοποιώντας παρενθέσεις. Όταν χρησιμοποιούμε παρενθέσεις, **πρώτα εκτελούνται οι πράξεις μέσα στην παρένθεση,** και μετά οι πράξεις έξω από τις παρενθέσεις, πάντα με την προτεραιότητα εκτέλεσης των πράξεων που αναφέραμε πιο πάνω. Το παρακάτω παράδειγμα είναι το ίδιο με το προηγούμενο, με μόνη διαφορά τη χρήση παρενθέσεων. Το αποτέλεσμα ασφαλώς δεν είναι είναι το ίδιο.

```
12 * 10 + (24 - 12) / 6

122
```

Παρατηρούμε ότι το *Mathematica* αριθμεί αυτόματα κάθε εισαγόμενη εντολή του χρήστη (Input), καθώς και την αντίστοιχη εξερχόμενη απάντηση (Output) με έναν αριθμό. Η αρίθμηση αυτή είναι συνεχής, και αρχίζει από την αρχή σε κάθε επανεκίνηση του *Mathematica*. Η αρίθμηση αυτή είναι συνεχής, και αρχίζει από την αρχή σε κάθε επανεκκίνηση του *Mathematica*.

In[n]	Εντολή (Input) αριθμός n.
Out[n]	Απάντηση (Output) αριθμός n.

Το mathematica μας δίνει τη δυνατότητα να αναφερθούμε σε κάποιο συγκεκριμένο από τα προηγούμενα αποτελέσματα, χρησιμοποιώντας το σύμβολο " %n " όπου n είνα ο αριθμός του βήματος του αποτελέσματος που μαες ενδιαφέρει.Ειδικότερα,όταν θέλουμε να αναφερθούμε στο τελευταίο αποτέλεσμα,τότεχρησιμοποιούμε μόνο το σύμβολο " % ".Ο συμβολισμός " %% " μας δίνει το δεύτερο από το τέλος αποτέλεσμα,κ.τ.λ.

```
% - 22
```

```
100
```

Στην προηγούμενη εντολή αφαιρούμε από το τελευταίο αποτέλεσμα (12 * 10 + (24 - 12) / 6 = 122) τον αριθμό 20. Ενώ στην επόμενη εντολή διαιρούμε με το 200, το αποτέλεσμα του βήματος 5 (200 300 = 60000).

```
%5 / 200
```

```
300
```

Μερικές φορές τα αριθμητικά αποτελέσματα, που δίνονται από το *Mathematica,* δεν είναι τα επιθυμητά. Για πράδειγμα, το πηλίκο της διαίρεσης

```
10000001 / 101
```

$$\frac{10000001}{101}$$

θα επιθυμούσαμε να δωθεί ως δεκαδικός αριθμός και όχι ως ένα πηλίκο που από την αρχή γνωρίζαμε. Το *Mathematica* προσπαθεί να δίνει την ακριβέστερη απάντηση που μπορεί, σε σχέση πάντα με τον τύπο των αριθμών που εισάγει ο χρήστης. Όταν, λοιπόν, ζητάμε να μας δώσει το πηλίκο δύο ακεραίων, το *Mathematica* προσπαθεί να επιστρέψει έναν ακέραιο. Επειδή όμως, το πηλίκο δεν είναι ακέραιος μας επιστρέφει την αμέσως μετά τον ακέραιο ακριβέστερη απάντηση, που φυσικά είναι ένας ρητός αριθμός.

Για να πάρουμε το πηλίκο της διαίρεσης 10000001/101 ως δεκαδικό αριθμό, αρκεί να εισάγουμε τον έναν από τους δύο ακεραίους με μορφή δεκαδικού (πραγματικού) αριθμού.

```
10000001.0 / 101
```

```
99009.9
```

Το ίδιο αποτέλεσμα μπορούμε να το επιτύχουμε με τη χρήση της συνάρτησης N[expr], όπου expr είναι μια παράσταση. Η συνάρτηση N επιστρέφει την αριθμητική τιμή της παράστασης expr.

N[expr]	Επιστρέφει με προσέγγιση την αριθμητική τιμή της παράστασης expr.
N[expr, n]	Επιστρέφει με προσέγγιση την αριθμητική τιμή της παράστασης expr, χρησιμοποιώντας n ψηφία, στα οποία συμπεριλαμβάνεται και το ακέραιο μέρος της αριθμητικής τιμής.

```
N[10000001 / 101]

99009.9
```

```
N[10000001 / 101, 20]

99009.910891089108911
```

Δύο πολύ γνωστές σταθερές στο *Mathematica* είναι ο αριθμός π και ο αριθμός e.

Pi ή π	Ο συμβολισμός του αριθμού π
E ή e	Ο συμβολισμός του αριθμου e
I ή i	Ο συμβολισμός του αριθμού $\sqrt{-1}$

```
N[Pi, 200]

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494⋱
 59230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709⋱
 38446095505822317253594081284811174502841027019385211055596⋱
 4622948954930382
```

```
N[E, 200]

2.71828182845904523536028747135266249775724709369995957496696⋱
 62772407663035354759457138217852516642742746639193200305992⋱
 17413596629043572900334295260595630738132328627943490763233⋱
 98807531952510190
```

Στις δύο προηγούμενες εντολές, παρατηρούμε ότι το *Mathematica* χρησιμοποιεί στο τέλος κάθε γραμμής το σύμβολο με τις τρεις πλάγιες τελείες, για να δείξει ότι ο αριθμός συνεχίζεται και σε επόμενη γραμμή.

```
(2 + 3 I) (5 - 3 I) (-1 - 5 I)

26 - 104 i
```

Με την ίδια ευκολία που κάνουμε πράξεις με ακεραίους και μιγαδικούς αριθμούς μπορούμε να κάνουμε και πράξεις με μιγαδικούς αριθμούς.

```
(2 + 3 I) / (4 + 5 I)
```

$$\frac{23}{41} + \frac{2\,i}{41}$$

```
(2.0 + 3.0 I) / (4.0 + 5.0 I)
```

```
0.560976 + 0.0487805 i
```

Το *Mathematica* διαθέτει συναρτήσεις με τις οποίες μπορούμε να διαχειριστούμε τους μιγαδικούς αριθμούς.

Re[z]	Δίνει το πραγματικό μέρος του μιγαδικού αριθμού z
Im[z]	Δίνει το φανταστικό μέρος του μιγαδικού αριθμού z
Abs[z]	Δίνει την απόλυτη τιμή ενός πραγματικού ή το μέτρο ενός μιγαδικού αριθμού z
Arg[z]	Δίνει την γωνία φ για την οποία ισχύει $z=\|z\|\cdot e^{i\varphi}$
Sqrt[a]	Δίνει την τετραγωνική ρίζα του αριθμού α

```
Re[(2 + 3 I) (5 - 3 I) (-1 - 5 I)]
```

```
26
```

```
Im[(2 + 3 I) (5 - 3 I) (-1 - 5 I)]
```

```
-104
```

```
Abs[(2 + 3 I) (5 - 3 I) (-1 - 5 I)]
```

$26\sqrt{17}$

```
Arg[(2 + 3 I) (5 - 3 I) (-1 - 5 I)]
```

```
-ArcTan[4]
```

```
Sqrt[49]

7
```

Πρέπει να σημειωθεί ότι το *Mathematica* δεν εκτελεί μόνο αριθμητικές πράξεις, αλλά περιέχει εκατοντάδες ενσωματωμένες συναρτήσεις, οι οποίες είτε μόνες τους είτε σε συνδυασμό μεταξύ τους επιλύουν διάφορα προβλήματα. Συναρτήσεις λέγονται οι διάφορες εντολές που χρησιμοποιούνται στο *Mathematica*. Η συνάρτηση **N** που είδαμε παραπάνω είναι μία από αυτές. Η μορφή που έχουν οι συναρτήσεις του *Mathematica* είναι η εξής:

FunctionName[ ]

όπου FunctionName είναι το όνομα της συνάρτησης. Συνήθως τα ονόματα των συναρτήσεων είναι ολόκληρες λέξεις, και έχουν σχέση με το αποτέλεσμα που θα προκύψει από την εκτέλεση της συνάρτησης, π.χ. Factor, Integrate. Το πρώτο γράμμα του ονόματος είναι πάντα κεφαλαίο. Όταν το όνομα μιας συνάρτησης αποτελείται από δύο ή περισσότερες λέξεις, τότε το πρώτο γράμμα κάθε λέξης γράφεται πάντα κεφαλαίο π.χ. FullForm, FactorInteger. Μεταξύ των αγκυλών τοποθετούμε το όρισμα ή τα ορίσματα της συνάρτησης. Πολλές συναρτήσεις, εκτός των ορισμάτων, μπορούν να δεχθούν και διάφορες επιλογές, οι οποίες τοποθετούνται επίσης μεταξύ των αγκύλων. Οι επιλογές αυτές είναι οδηγίες, τις οποίες ακολουθεί η συνάρτηση, για να παρουσιάσει το αποτέλεσμα με τον τρόπο που θέλουμε.

Ανεξάρτητα από αυτό που πληκτρολογεί ο χρήστης, το *Mathematica* βλέπει μόνο συναρτήσεις. Για παράδειγμα, όταν θέλουμε να προσθέσουμε δύο αριθμούς, εμείς φυσικά χρησιμοποιούμε το σύμβολο της πρόσθεσης, όμως το *Mathematica* βλέπει τη συνάρτηση Plus. Για να δούμε αυτό που βλέπει το *Mathematica* και όχι αυτό που βλέπουμε εμείς στο παράθυρο εργασίας, χρησιμμοποιούμε τη συνάρτηση **FullForm**.

FullForm[expr]	Δίνει την πλήρη μορφή της παράστασης expr

Έτσι, η πρώτη από τις επόμενες εντολές προσθέτει το a και το x, ενώ η δεύτερη μας δείχνει τον τρόπο με τον οποίο το *Mathematica* βλέπει το άθροισμα a+x.

```
a + x

a + x
```

```
FullForm[a + x]

Plus[a, x]
```

Κάτι ανάλογο συμβαίνει και με τις υπόλοιπες πράξεις. Π.χ. τον πολλαπλασιασμό.

```
FullForm[a * x]

Times[a, x]
```

Επομένως, θα μπορούσαμε, να πούμε ότι τα σύμβολα των πράξεων που χρησιμοποιούμε είναι ουσιαστικά συντμήσεις των αντίστοιχων συναρτήσεων. Δηλαδή, ένας σύντομος τρόπος εισαγωγής πράξεων. Αν θέλουμε να μάθουμε τα ονόματα των συναρτήσεων, τα οποία αντιστοιχούν στα σύμβολα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση **Alias**, την οποία διαθέτει το *Mathematica* για αυτό το σκοπό.

Alias["symbol"]	Δίνει το όνομα της συνάρτησης που αντιστοιχεί στο σύμβολο symbol

```
Alias["+"]

Plus
```

```
Alias["*"]

Times
```

```
Alias["<"]

Less
```

Ασφαλώς, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αντί των συμβόλων τις συναρτήσεις που αντιστοιχούν σε αυτά. Για παράδειγμα, αντί για το σύμβολο της πρόσθεσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση **Plus**

```
Plus[10, 20, 30]

60
```

ή αντί για το σύμβολο του πολλαπλασιασμού να χρησιμοποιήσουμε την συνάρτηση **Times** κ.τ.λ.

```
Times[20, 30]

600
```

Είναι, όμως, προφανές ότι τα σύμβολα + και * χρησιμοποιούνται για τη δική μας ευκολία. Όπως θα δούμε τέτοιες συντμήσεις υπάρχουν και για άλλες συναρτήσεις.

Η συνάρτηση **Power**[x,n] υψώνει την παράσταση x στη δύναμη n. Μια σύντμηση της συνάρτησης αυτής είναι ο χαρακτήρας "^".

```
Power[10, 3]

1000
```

```
Alias["^"]

Power
```

```
10^3

1000
```

Ένας άλλος τρόπος για να εισάγουμε τη δύναμη κάποιου αριθμού είναι ο συνδυασμός πλήκτρων Ctrl + 6. Στην περίπτωση αυτή, η εισαγόμενη εντολή παίρνει τη συνήθη μορφή που χρησιμοποιούμε στα Μαθηματικά. Για παράδειγμα, η επόμενη εντολή πληκτρολογήθηκε με τη σειρά 10 Ctrl+6 3.

10^3

```
1000
```

Είναι φανερό ότι κάθε εργασία στο περιβάλλον του *Mathematica* αντιμετωπίζεται με τη βοήθεια συναρτήσεων. Επομένως είναι απαραίτητο ο κάθε χρήστης να γνωρίζει, όχι μόνο τα ονόματα των συναρτήσεων, αλλά και τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται, και το σκοπό κάθε σνυνάρτησης. Το γεγονός ότι τα ονόματα των συναρτήσεων είναι ολόκληρες λέξεις, οι οποίες συνήθως μας πληροφορούν για το αποτέλεσμα των συναρτήσεων είναι σημαντικό, διότι μπορούμε σχετικά εύκολα να βρούμε την κατάλληλη συνάρτηση για αυτό που θέλουμε να κάνουμε.

Ας υποθέσουμε για παράδειγμα, ότι χρειαζόμαστε μια συνάρτηση, η οποία να επιστρέφει το ακέραιο μέρος ενός αριθμού. Οι λέξεις κλειδιά είναι Integer (ακέραιος) και Part (μέρος). Φυσικά δεν γνωρίζουμε το ακριβές όνομα της συνάρτησης, όμως θεωρούμε πιθανό ότι η συνάρτηση αυτή θα περιέχει στο όνομά της είτε τη λέξη Integer είτε τη λέξη Part. Επίσης, δεν είμαστε στη θέση να γνωρίζουμε αν η λέξη Integr (ή Part) θα εμφανίζεται στην αρχή ή στο τέλος του ονόματος. Το *Mathematica* μπορεί να παρουσιάσει όλες τις συναρτήσεις που διαθέτει και περιέχουν στο όνομά τους κάποιους συγκεκριμένους κάποιους συγκεκριμένους χαρακτήρες με εντολή που αρχίζει με τον χαρακτήρα "?".

Παρόλα αυτά το πρόβλημα της εύρεσης της συνάρτησης δεν έχει λυθεί ακόμα, γιατί εφόσον δεν γνωρίζουμε σε ποιο σημείο του ονόματος θα εμφανίζεται η λέξη Integer, είναι εξίσου πιθανό πριν από τη λέξη αυτή να υπάρχουν μηδέν ή περισσότεροι χαρακτήρες. Φυσικά μηδέν ή περισσότεροι χαρακτήρες μπορεί να υπάρχουν και μετά τη λέξη Integer. Επομένως προκύπτει η ανάγκη σωστής καθοδήγησης του *Mathematica*. Η επόμενη εντολή κινείται προς αυτή την κατεύθυνση.

```
? *Integer*
```

```
FactorInteger     IntegerDigits     IntegerQ
GaussianIntegers IntegerExponent   Integers
Integer           IntegerPart
```

Ο τρόπος με τον οποίο θα εμφανιστεί η απάντηση εξαρτάται από την έκδοση του προγράμματος *Mathematica*. Σε κάθε περίπτωση το πρόγραμμα θα εμφανίσει ένα κατάλογο με ονόματα συναρτήσεων.

Ο χαρακτήρας "*", που εμφανίζεται στην προηγούμενη εντολή, αντιμετωπίζεται από το *Mathematica* με ειδικό τρόπο. Το πρόγραμμα θα αντικαταστήσει το χαρακτήρα αυτό με μηδέν ή περισσότερους χαρακτήρες. Δηλαδή η παράσταση *Integer* σημαίνει ότι θέλουμε να μάθουμε όλες τις συναρτήσεις, οι οποίες περιέχουν σε κάποιο σημείο του ονόματός τους τη λέξη Integer. Μπορούμε αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε την παράσταση Integer*, που σημαίνει ότι θέλουμε όλες τις συναρτήσεις που αρχίζουν με τη λέξη Integer. Προφανώς, η παράσταση *Integer σημαίνει ότι θέλουμε τις συναρτήσεις που τελειώνουν με την λέξη Integer>

Στο κατάλογο με τις συναρτήσεις, τις οποίες παρουσίασε το *Mathematica*, βλέπουμε ότι υπάρχει και η συνάρτηση IntegerPart. Ασφαλώς, μοιάζει να είναι η συνάρτηση, την οποία αναζητούμε, όμως, αν δεν είμαστε σίγουροι ότι αυτή είναι, μπορούμε να ζητήσουμε βοήθεια από το ίδιο το *Mathematica*. Ο χαρακτήρας "?" όταν ακολουθείται από το όνομα συγκεκριμένης συνάρτησης, είναι μια οδηγία προς το *Mathematica* να παρουσιάσει βοήθεια για τη συγκεκριμένη συνάρτηση.

```
? IntegerPart
```

```
IntegerPart[x] gives the integer part of x.
```

Ο τρόπος με τον οποίο θα εμφανιστεί η απάντηση εξαρτάται, και πάλι, από την έκδοση του προγράμματος *Mathematica*. Σε κάθε περίπτωση το πρόγραμμα θα εμφανίσει ένα σύντομο κείμενο βοήθειας που επεξηγεί το σκοπό της συνάρτησης και τον τρόπο σύνταξής της.

Από το σύντομο αυτό κείμενο βοήθειας είμαστε πλέον βέβαιοι ότι πρόκειται για τη συνάρτηση, την οποία αναζητούσαμε.

```
IntegerPart[Pi]

3
```

Εκτός από τη συνάρτηση IntegerPart το πρόγραμμα παρουσίασε και τη συνάρτηση FactorInteger. Αν και το όνομα δείχνει το σκοπό της συνάρτησης αυτής, εντούτοις μπορούμε να ζητήσουμε βοήθεια από το πρόγραμμα.

```
? FactorInteger
```

```
FactorInteger[n] gives a list of the prime factors
  of the integer n, together with their exponents.
```

Διαπιστώνουμε ότι η συνάρτηση FactorInteger αναλύει έναν ακέραιο σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

```
FactorInteger[1358280]

{{2, 3}, {3, 2}, {5, 1}, {7, 3}, {11, 1}}
```

1.2 Κατασκευή Συναρτήσεων

Αν και υπάρχουν εκατοντάδες ενσωματωμένες στο *Mathematica* συναρτήσεις, μερικές φορές δεν υπάρχει κάποια κατάλληλη για να μας δώσει το αποτέλεσμα που θέλουμε. Στην περίπτωση αυτή μπορούμε (α) είτε να συνδυάσουμε διάφορες συναρτήσεις του *Mathematica*, (β) είτε να κατασκευάσουμε μία δική μας.

Η κατασκευή συναρτήσεων μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπος. Ας δούμε μερικά απλά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1: Να κατασκευαστεί μια συνάρτηση η οποία να επιστρέφει το αποτέλεσμα της δύναμης x^x, για κάποιο ακέραιο x.

Ένας τρόπος κατασκευής αυτής της συνάρτηση είναι ο εξής:

```
r = (#^#) &

#1^#1 &
```

Το όνομα της συνάρτησης είναι r ενώ το κυρίως σώμα της συνάρτησης είναι η παράσταση (# ^ #) &. Οι παρενθέσεις χρησιμοποιούνται μόνο για λόγους ομαδοποίησης, και θα μπορούσαν να παραληφθούν χωρίς να χαθεί τίποτε από τη συνάρτηση. Το σύμβολο & δείχνει ότι αυτό που προηγείται πρέπει να αντιμετωπιστεί ως συνάρτηση. Είναι προφανές ότι είναι ένα σημαντικό σύμβολο, και δεν πρέπει να παραληφθεί. Τέλος το σύμβολο # δηλώνει τη θέση στην οποία το *Mathematica* θα τοποθετήσει το όρισμα της συνάρτησης, δηλαδή το *Mathematica* θα αντικαταστήσει το σύμβολο αυτό με το όρισμα, το οποίο θα δώσουμε στη συνάρτηση. Π.χ. αν το όρισμα της συνάρτησης είναι ο αριθμός 2, τότε το *Mathematica* θα αντικαταστήσει το σύμβολο # με τον αριθμό 2, δηλαδή το πρόγραμμα θα μας δώσει τη δύναμη 2^2.

Το σύμβολο της ισότητας (=) δεν έχει καμία σχέση με το σύμβολο της μαθηματικής ισότητας, που χρησιμοποιούμε στις εξισώσεις. Ουσιαστικά είναι μια αντικατάσταση του αριστερού μέρους της ισότητας αυτής με το δεξιό. Το *Mathematica* κάθε φορά που θα βλέπει το γράμμα r, θα το αντικαθιστά αυτόματα με το δεξίο μέρος της ισότητας αυτής.

Στη συνέχεια βλέπουμε τις τιμές που επιστρέφει η συνάρτηση r για συγκεκριμένες τιμές (ορίσματα):

```
r[2]

4
```

```
r[10]

10000000000
```

```
r[x]
```

x^x

```
r[b]
```

b^b

Παρατηρούμε ότι η εκτέλεση της συνάρτησης r μας δίνει ακριβώς αυτό που ζητάμε.

Επίσης παρατηρούμε ότι στην πρώτη εκτέλεση της συνάρτησης r το *Mathematica* έδωσε μια απάντηση της μορφής $\#1^{\#1}$ &. Το σύμβολο #1 δείχνει ότι το πρόγραμμα θεωρεί ότι υπάρχει μόνο μία θέση η οποία πρέπει να συμπληρωθεί από το όρισμα της συνάρτησης. Επειδή στον εκθέτη θέλουμε τον ίδιο αριθμό (δηλαδή το ίδιο όρισμα), το *Mathematica* τοποθέτησε και στον εκθέτη το ίδιο σύμβολο.

Παράδειγμα 2: Να κατασκευαστεί μια συνάρτηση η οποία να υπολογίζει τη δύναμη x^y.

```
s = (#1^#2) &
```

$\#1^{\#2}$ &

Επειδή στη συγκεκριμένη συνάρτηση έχουμε άλλον αριθμό στον εκθέτη χρησιμοπιήσαμε και μια δεύτερη θέση (#2). Στη συνέχεια βλέπουμε τις τιμές που επιστρέφει η συνάρτηση s για συγκεκριμένες τιμές:

```
s[2, 3]
```

8

```
s[3, 2]
```

9

```
s[x, y]
```

x^y

Παρατηρούμε ότι η εκτέλεση της συνάρτησης s μας δίνει ακριβώς αυτό που ζητάμε.

Το *Mathematica* κρατάει στη μνήμη του οτιδήποτε εκτελεί ο χρήστης, μέχρι την έξοδο του προγράμματος.

Επομένως είναι χρήσιμο, για λόγους αποσυμφόρησης της μνήμης, αλλά κυρίως για την αποφυγή λαθών, να διαγράφουμε κάποιες μεταβλητές τις οποίες δεν χρειαζόμαστε πλέον. Η συνάρτηση **Clear** είναι ακριβώς γι αυτή τη χρήση.

```
Clear[r, s]
```

Μετά την εκτέλεση αυτής της εντολής δεν μπορούμε πλέον να χρησιμοποιήσουμε τις συναρτήσεις r και s.

```
r[2]

r[2]
```

```
s[2, 3]

s[2, 3]
```

Ένας άλλος τρόπος κατασκευής συναρτήσεων είναι με αναγραφή συγκεκριμένων μεταβλητών, οι οποίες θα αντικατασταθούν κατά την εκτέλεση της συνάρτησης.

Παράδειγμα 3: Να κατασκευαστεί συνάρτηση, η οποία θα υπολογίζει το τετράγωνο ενός αριθμού x.

Χρειαζόμαστε μία μεταβλητή για να ορίσουμε τη συνάρτηση, εφόσον ο εκθέτης παραμένει σταθερός, ίσος με 2. Η συνάρτηση θα έχει την εξής μορφή:

```
r[x_] := x^2
```

Προφανώς το όνομα της συνάρτησης είναι r και δέχεται ένα όρισμα που συμβολίζεται με τον χαρακτήρα x. Με τον χαρακτήρα υπογράμμισης _ που ακολουθεί το x είναι το *Mathematica* θεωρεί το x σαν μεταβλητή την οποία θα αντικαταστήσει με το όρισμα της συνάρτησης. Δηλαδή αν ο χρήστης εκτελέσει την εντολή r[2], το *Mathematica* θα αντικαταστήσει πρώτα τη συάρτηση r με το δεξιό μέρος της ισότητας και στη συνέχεια όπου βλέπει x θα το αντικαθιστά με τον αριθμό 2.

Όπως και το σύμβολο = στον προηγούμενο τρόπο κατασκευής συνάρτησης, έτσι και το σύμβολο := είναι ένα σύμβολο αντικατάστασης του αριστερού μέρους της ισότητας με το δεξιό. Επιπλέον με το σύμβολο := το *Mathematica* διαβάζει τα δεδομένα που του δίνουμε, χωρίς να εκτελεί πράξεις που πιθανόν να υπάρχουν στην παράσταση που δίνουμε. Επειδή δεν γίνονται πράξεις το *Mathematica* δεν θα παρουσιάσει κανένα αποτέλεσμα. Έτσι εξηγείται και η έλλειψη του αποτελέσματος που αντιστοιχεί στην προηγούμενη εντολή.

Στη συνέχεια βλέπουμε τις τιμές που επιστρέφει η συνάρτηση r για συγκεκριμένες τιμές (ορίσματα):

```
r[2]

4
```

```
r[x]
```

x^2

```
r[a]
```

a^2

Παρατηρούμε ότι η εκτέλεση της συνάρτησης r μας δίνει ακριβώς αυτό που ζητάμε.

Ασφαλώς η ίδια συνάρτηση μπορεί να κατασκευαστεί με χρήση της προηγούμενου τρόπου κατασκευής συνάρτησης. Πράγματι μπορούμε να ορίσουμε τη συνάρτηση rr, σύμφωνα με τον προηγούμενο τρόπο κατασκευής συνάρτησεις, ως εξής:

```
rr = (#^2) &
```

$\#1^2$ &

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση rr επιστρέφει τις ίδιες τιμές που επιστρέφει και η συνάρτηση r για ίδιες συγκεκριμένες τιμές:

```
rr[2]
```

4

```
rr[x]
```

x^2

```
rr[a]
```

a^2

Είναι φανερό ότι μπορούμε να εισάγουμε δύο ή περισσότερες μεταβλητές σε μία συνάρτηση, με τόν ίδιο τρόπο που εισάγουμε μια μεταβλητή.

Παράδειγμα 4: Να κατασκευαστεί συνάρτηση, η οποία θα υπολογίζει τη n-οστή ρίζα ενός αριθμού x.

Για να κατασκευάσουμε τη συνάρτηση αυτή χρειαζόμαστε δύο μεταβλητές και η συνάρτηση θα έχει την εξής μορφή:

```
t[x_, n_] := x^(1/n)
```

Η εκτέλεση της συνάρτησης t μας δίνει ακριβώς αυτό που ζητάμε:

```
t[25, 2]

5
```

Ηίδια συνάρτηση μπορεί να κατασκευαστεί με χρήση της προηγούμενου τρόπου κατασκευής συνάρτησης. Πράγματι μπορούμε να ορίσουμε τη συνάρτηση tt, ως εξής:

```
tt = (#1^(1/#2)) &
```

$\#1^{\frac{1}{\#2}}$ &

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση tt επιστρέφει τις ίδιες τιμές που επιστρέφει και η συνάρτηση t για ίδιες συγκεκριμένες τιμές:

```
tt[25, 2]

5
```