

Ασκήσεις Κωδικοποίησης (εαρινού εξαμήνου 2001-2002)

1. Έστω C είναι ο κώδικας που αποτελείται από όλες τις λέξεις μήκους 3. Επαναλάβετε κάθε κωδικολέξη του C τρεις φορές ώστε να σχηματιστεί ένας επαναληπτικός κώδικας C_1 μήκους 9. Βρείτε τις κοντινότερες κωδικολέξεις του C_1 στις παρακάτω παραληφθείσες λέξεις.

- a) 001000001
- b) 011001011
- c) 101000101
- d) 100000010

Στην συνέχεια βρείτε τον δείκτη πληροφορίας του C_1 .

2. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση πιθανότητας $\Phi_p(u,w)$ για δύο λέξεις u, w και με αξιοπιστία καναλιού $p=0.9$, βρείτε ποια από τις παρακάτω λέξεις αποστάλθηκε όταν υποθέσουμε ότι παραλάβαμε την $w=0010110$.

- a) 1001011
- b) 1111100
- c) 0001110
- d) 0011001
- e) 1101001

3. Δείξτε τις παρακάτω ιδιότητες του βάρους $wt(u)$ μιας λέξης u και της απόστασης $d(u,v)$ δύο λέξεων (ίδιου μήκους, έστω n).

$$0 \leq d(u, w) \leq n$$

$$d(u, w) = 0 \Rightarrow u = w$$

$$wt(u + w) \leq wt(u) + wt(w)$$

$$d(u, w) \leq d(u, v) + d(v, w)$$

$$wt(au) = a \cdot wt(u)$$

$$d(au, aw) = a \cdot d(u, w)$$

(το a είναι 0 ή 1)

4. Να βρεθεί ο IMLD πίνακας των παρακάτω κωδικών

- a) $C = \{00000, 11100, 00111, 11011\}$
- b) $C = \{00000, 11110, 01111, 10001\}$
- c) $C = \{000000, 101010, 001010, 111111\}$

Στη συνέχεια βρείτε την αξιοπιστία $\Theta_p(C,u)$ για τους δύο πρώτους κώδικες για κάθε μία από τις κωδικολέξεις του u και για αξιοπιστία καναλιού $\rho=0.90$.

Ποιος από τους (a) και (b) είναι καλύτερος εάν λάβουμε υπόψη την αξιοπιστία τους;

5. Έστω ο κώδικας C με τις παρακάτω κωδικολέξεις:
000000, 100101, 010110, 001111, 110011, 101010, 011001, 111100. Βρείτε ποία από τα παρακάτω σφάλματα διορθώνει και ποία ανιχνεύει.
- I. $u=001000$
 - II. $u=000010$
 - III. $u=100100$
6. Ελέγξτε τα παρακάτω σύνολα για γραμμική ανεξαρτησία. Εάν το σύνολο είναι γραμμικά εξαρτημένο, τότε εξάγετε απ' αυτό ένα μέγιστο γραμμικά ανεξάρτητο υποσύνολο.
- a) $\{1101, 1110, 1011\}$
 - b) $\{1101, 0111, 1100, 0011\}$
 - c) $\{0110, 1010, 1100, 0011, 1111\}$
 - d) $\{111000, 000111, 101010, 010101\}$
 - e) $\{00000000, 10101010, 01010101, 11111111\}$
7. Σε κάθε ένα από τα παραπάνω σύνολα S βρείτε τον δυϊκό γραμμικό κώδικα S^\perp και ελέγξτε την πρόταση:

$$\dim\langle S \rangle + \dim\langle S^\perp \rangle = n.$$