

Θέματα στην Μαθηματική Λογική

1. Ποιές από τις παρακάτω περιπτώσεις ισχύουν και γιατί.

- (α) Το B είναι συνέπεια του A .
- (β) Το B είναι συνέπεια του συνόλου $\{A, A \rightarrow B\}$
- (γ) Το B είναι συνέπεια του $A \rightarrow B$
- (δ) Το B είναι συνέπεια του συνόλου $\{A, B\}$
- (ε) Το B είναι συνέπεια του $A \vee B$.

όπου A και B είναι δύο ατομικές προτάσεις της Λ .Π.

2. Είναι γνωστό ότι οποιαδήποτε πρόταση σ είναι λογικά ισοδύναμη με μια πρόταση σε διαζευκτική κανονική μορφή (Δ ΚΜ) και με μια πρόταση σε συζευκτική κανονική μορφή (Σ ΚΜ). Να γραφεί η $\sigma = (A \rightarrow (B \rightarrow \Gamma)) \leftrightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow \Gamma))$ σε Δ ΚΜ και σε Σ ΚΜ και χρησιμοποιώντας μία απ' αυτές να εξεταστεί αν είναι ταυτολογία.

3. Να δειχθεί με την μέθοδο της επίλυσης ότι η παρακάτω πρόταση είναι μια αντίφαση:

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow \Gamma) \wedge (A \wedge \neg \Gamma)$$

4. Δείξτε με ένα Πλήρη Συστηματικό Πίνακα Beth ότι

$$(\exists x)(\forall y)P(x, y) \rightarrow (\forall y)(\exists x)P(x, y).$$

Να κατασκευαστεί μια δομή(ερμηνεία) και ένας τύπος P έτσι ώστε να ΜΗΝ ισχύει η αντίστροφη συνεπαγωγή.

5. Να δειχθεί με την μέθοδο της επίλυσης στην Λογική των κατηγορημάτων ότι η πρόταση $(\exists x)[\Delta(x) \wedge \Gamma(x)]$ είναι συνέπεια των παρακάτω προτάσεων $(\forall x)[A(x) \rightarrow (B(x) \wedge \Gamma(x))]$ και $(\exists x)[A(x) \wedge \Delta(x)]$.

Υπόδειξη: Γράψτε πρώτα τις δύο υποθέσεις και την άρνηση της πρότασης σε συνολοθεωρητική μορφή και προσπαθήστε να αποδείξετε τον κενό προγρ. τύπο.

Χρόνος εξέτασης: 3 ώρες. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Καλή επιτυχία !

Ο διδάξας

Χαράλαμπος Κορνάρος