

**Σεπτέμβριος 2009**  
**Μαθηματικό Λογισμικό**

**MATHEMATICA**

**Θέμα 1ο.** Αφού ορίσετε τις συναρτήσεις  $f(x) = \int_0^x y^2 dy$  και  $g(x) = x + \sin(x)$  να υπολογίσετε τις τιμές  $f(2)$  και  $g(\frac{\pi}{2})$  καθώς και τα όρια των  $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$  και  $\int_0^h g(y) dy$  όταν  $h \rightarrow 0$ .

**Θέμα 2ο.** Πολλές φορές χρειάζεται να σχεδιάσουμε την αντίστροφη συνάρτηση  $f^{-1}$  μιας συνάρτησης  $f$ . Να σχεδιάσετε στους ίδιους άξονες την  $f(x) = x^2 - x^4$  και την αντίστροφη με διαφορετικό χρώμα για  $x \in [-2, 2]$ .

(Υπόδειξη: Δεν είναι αναγκαία η εύρεση της  $f^{-1}$ . Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την *ParametricPlot*)

**Θέμα 3ο.** Να βρείτε τα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης  $w(x) = 2 \sin(2x)^2 + \frac{5}{2} \cos(\frac{x}{2})^2$  για  $x \in [-\pi, \pi]$  σχεδιάζοντας αρχικά στο διάστημα αυτό τις γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης  $w$  και της παραγώγου της  $w'$ . Στη συνέχεια να παρατηρήσετε από τα γραφήματα σε πόσα και σε ποιά σημεία  $x_0$  μηδενίζεται η  $w'$  και αν πράγματι σε αυτά έχουμε τοπικό μέγιστο ή ελάχιστο για την  $w$ . Να προσδιορίσετε ακριβώς αυτά τα σημεία

- α) με χρήση της *FindRoot* και των (προσεγγιστικών) αρχικών τιμών  $x_0$  που βρήκατε προηγουμένως και
- β) με την *NSolve*.

Τέλος, να υπολογίσετε την τιμή της  $w$  πάνω σ' αυτά.

**MATLAB**

**Θέμα 4ο.** Έστω τρίγωνο με πλευρές  $a, b, c$ . Το εμβαδόν του δίνεται από την σχέση  $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$  όπου  $s = \frac{(a+b+c)}{2}$ . Να γραφεί συνάρτηση στο *MATLAB* που θα δέχεται ως είσοδο τα μήκη των πλευρών του τριγώνου και θα επιστρέφει το εμβαδόν του. Στη συνέχεια να ελεγχθεί η συνάρτηση δίνοντας  $a = 3, b = 7, c = 10$ .

**Θέμα 5ο.** α) Να λυθεί το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων

$$\begin{aligned}4x_1 + 2x_2 + x_3 &= 7 \\x_1 + x_2 + 5x_3 &= 10 \\-2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 2\end{aligned}$$

και με τους δύο τρόπους που διαθέτει το *MATLAB*.

β) Να γραφεί η κατηγορηματική συνάρτηση *isMEqual* η οποία θα εξετάζει δύο πίνακες αν είναι ίσοι. Όταν οι πίνακες είναι διαφορετικών διαστάσεων η συνάρτηση θα επιστρέφει *false*. Στη συνέχεια να ελεγχθεί η συνάρτηση δίνοντας:

$$i \text{ isMEqual}([1 \ 2 \ 3; \ 3 \ 4 \ 5], [2 \ 3 \ 4; \ 4 \ 5 \ 6; \ 6 \ 5 \ 4])$$

ii *isMEqual*([1 2 3; 3 4 5; 6 5 4], [2 3 4; 4 5 6; 6 5 4])

iii *isMEqual*([2 3 4; 4 5 6; 6 5 4], [2 3 4; 4 5 6; 6 5 4])

**Θέμα 6ο.** α) Έστω το πολυώνυμο  $f(x) = 4x^3 - 2x^2 - 8x + 3$ . Να βρεθούν οι ρίζες της εξίσωσης  $f(x) = 0$  και να υπολογισθεί η τιμή του πολυωνύμου για  $x = 2, 20, 32, 45$ .

β) Ένας μετεωρολογικός σταθμός μετράει τη θερμοκρασία περιβάλλοντος κάθε ώρα από τις 14:00 μέχρι τις 18:00. Αν οι συλλεχθείσες θερμοκρασίες είναι 16, 22, 24, 27, 25 βαθμοί Κελσίου να γραφεί πρόγραμμα στο MATLAB που θα προσεγγίζει τα παραπάνω δεδομένα με πολυώνυμο πρώτου, δεύτερου και τρίτου βαθμού και θα παράγει την γραφική αναπαράσταση των πραγματικών δεδομένων και αυτών που προκύπτουν από τις τρεις προσεγγίσεις στο ίδιο γραφικό παράθυρο. Τι παρατηρείτε;

Επιλέξτε 5 από τα 6 θέματα.

Χρόνος εξέτασης: 2.5 ώρες.

***Καλή επιτυχία!***

***Οι διδάξαντες***

***Παναγιώτης Νάστου  
Χαράλαμπος Κορνάρος***