

**ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΟΔΟΥ**  
**Μαθηματικής Λογικής**

29 Μαρτίου 2003

1. Απλοποιήστε (δηλ. βρείτε συντομότερο που είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με) τον προτασιακό τύπο

$$(p_1 \wedge ((p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2))) \vee \neg(p_3 \vee \neg p_1).$$

2. Να δειχτεί με τη μέθοδο της δυαδικής επίλυσης ότι τα ακόλουθα σύνολα είναι μη επαληθεύσιμα:

- $\Sigma = \{\neg A \vee B \vee \Delta, \neg B \vee \Delta \vee A, \neg \Delta \vee \Gamma, \neg \Delta \vee A, A \vee B, B \vee \neg \Gamma, \neg A \vee \neg B\}$
- $\Sigma = \{A \vee B \vee \Gamma, A \vee B \vee \neg \Gamma, A \vee \neg B, \neg A \vee \neg \Gamma, \neg A \vee \Gamma\}$

3. Δίνονται οι προτάσεις:

- A: "Το τετράπλευρο ΚΛΜΝ είναι παραλληλόγραμμο"
- B: "Οι διαγώνιοι του ΚΛΜΝ διχοτομούνται"
- Γ: "Οι απέναντι γωνίες του ΚΛΜΝ είναι ίσες"
- Δ: "Οι απέναντι πλευρές του ΚΛΜΝ είναι ίσες"

Να εξεταστεί αν το σύνολο  $\Sigma = \{A, A \leftrightarrow B, A \leftrightarrow \Gamma, A \rightarrow (B \wedge \Delta)\}$  είναι συνεπές.

4. Να εξεταστεί εάν  $\{A \rightarrow B, \Gamma \vee B, \Delta \rightarrow (A \vee \Gamma), \Delta\} \vdash B$  με την μέθοδο των Beth αποδείξεων.

Χρόνος εξέτασης: 2,5 ώρες.

**Καλή επιτυχία!**