

1^η σειρά ασκήσεων

Άσκηση 1

Έστω δύο σύνολα A, B που δίνονται με την μορφή λίστας. Ορίσετε με μια συνάρτηση, έστω $\text{diafora}[A,B]$, την διαφορά του συνόλου A μείον B , δηλ. όσα στοιχεία απομένουν στο A αφού αφαιρεθούν τα κοινά στοιχεία του με το B (στα μαθηματικά αυτό συμβολίζεται με $A \setminus B$). Δείξτε με πολλά παραδείγματα από διαφορετικά A, B, C ότι ισχύουν οι παρακάτω ισότητες:

$$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$$

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$$

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$$

Άσκηση 2

Βρείτε πόσοι ακέραιοι μεταξύ 1 και 300 δεν διαιρούνται ούτε από το 5 ούτε από το 3 και ούτε από το 7. Βρείτε επίσης πόσοι διαιρούνται από το 3 αλλά όχι από το 5 και το 7.

Άσκηση 3

Έστω A ένας πίνακας. Με $\gamma(A)$ συμβολίζουμε την διάσταση του χώρου των γραμμών του A , δηλαδή πόσες γραμμές του είναι γραμμικώς ανεξάρτητες. Όμοια με $\sigma(A)$ συμβολίζουμε την διάσταση του χώρου των στηλών του A . Φτιάξτε ένα τυχαίο πίνακα διαστάσεων 3 επί 8 και βρείτε τα $\gamma(A)$ και $\sigma(A)$. Συνεχίστε με ένα άλλο πίνακα διαστάσεων 4 επί 5. Μετά από αυτές τις δοκιμές διαπιστώνετε κάποια σχέση των $\gamma(A)$ και $\sigma(A)$; Αν ναι ποια; Οι πίνακες A που χρησιμοποιήσατε να συμπεριληφθούν στην απάντησή σας μαζί με την όλη διαδικασία εύρεσης των $\gamma(A)$ και $\sigma(A)$.

Υπόδειξη: Για να βρούμε το $\gamma(A)$ αρκεί να απλοποιήσουμε με την RowReduce τον A . Οι μη μηδενικές γραμμές που προκύπτουν είναι η ζητούμενη διάσταση. Για την εύρεση του $\sigma(A)$ θα πρέπει εκτός των άλλων να χρησιμοποιήσουμε και τον $\text{Transpose}[A]$.

Άσκηση 4

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις κάνοντας χρήση των κατάλληλων εντολών και να κάνετε επαλήθευση.

i. $8x^5 - 6x^4 + 7x^3 - x + 12 = 0$

ii. $\sin(x) = \ln(x^2)$

iii.
$$\begin{cases} ax + 2y = 1 \\ x + y = a \end{cases}$$

Άσκηση 5

Βρείτε μια γενική λύση της διοφαντικής εξίσωσης

$$323x + 391y + 473z = 10473$$

Δημιουργήστε κατάλληλη συνάρτηση (`epilysi[a_,b_,c_,d_]`) στο Mathematica για την λύση οποιασδήποτε διοφαντικής εξίσωσης με τρεις αγνώστους.