

## ΦΥΛΛΑΔΙΟ 2(παράδοση 15/3/2012)

1. Βρείτε ποιές είναι οι ταυτολογίες και ποιές οι αντιλογίες στις παρακάτω προτάσεις αφού τις μετατρέψετε πρώτα σε ΣΚΜ(συζευκτική κανονική μορφή).
  - (i)  $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow \neg B)$
  - (ii)  $\neg(A \wedge B) \wedge (A \rightarrow B) \wedge A$
  - (iii)  $(\neg A \vee (B \wedge \neg B)) \leftrightarrow A$
2. Αποδείξτε με μαθηματική επαγωγή ότι αν η πρόταση  $\sigma$  δεν περιέχει το σύνδεσμο της άρνησης( $\neg$ ) και η  $\forall$  είναι μια ερμηνεία που δίνει αλήθεια σε όλα τα άτομα που εμφανίζονται στην  $\sigma$  τότε αναγκαστικά η  $\sigma$  επαληθεύεται από την  $\forall$  δηλ.  $\forall(\sigma) = a$ . Επίσης να κατασκευάσετε ένα αντιπαράδειγμα στην περίπτωση που η  $\sigma$  περιέχει μια (τουλάχιστον) $\neg$  δηλ. να κατασκευάσετε μια πρόταση  $\sigma$  και μια κατάλληλη ερμηνεία που δίνει αλήθεια σε κάθε άτομο της  $\sigma$  και να διαψεύδει την  $\sigma$ .
3. Ποιοί από τους παρακάτω ισχυρισμούς ισχύουν και γιατί;
  - (a) Το  $B$  είναι συνέπεια του  $A$ .
  - (b) Το  $B$  είναι συνέπεια του συνόλου υποθέσεων  $\{A, A \rightarrow B\}$
  - (c) Το  $A \wedge B$  είναι συνέπεια του  $A \vee B$ .
  - (d) Το  $\Gamma$  είναι συνέπεια του  $\{A \wedge B, A \rightarrow (B \rightarrow \Gamma)\}$ .
  - (e) Το  $\{A \vee B \vee \Gamma, A \vee B \vee \neg \Gamma, A \vee \neg B, \neg A \vee \neg \Gamma, \neg A \vee \Gamma\}$  είναι συνεπές.