

### ΦΥΛΛΑΔΙΟ 3(παράδοση 23/3/2012)

1. Δείξτε με δυο διαφορετικούς τρόπους οτι

$$\{A \leftrightarrow \Gamma, B \leftrightarrow \Delta, (A \vee B) \wedge (\Gamma \vee \Delta)\} \not\models (A \wedge B) \vee (\Gamma \wedge \Delta)$$

2. Δείξτε ότι αν  $\sigma = \sigma_1 \wedge \sigma_2$  τότε

$$\Sigma \models \sigma_1 \wedge \sigma_2 \text{ ανν } \Sigma \models \sigma_1 \text{ και } \Sigma \models \sigma_2$$

Εφαρμογή: Δείξτε ότι αν  $\Sigma = \{B \rightarrow A, \Gamma \rightarrow \Delta, \Delta \rightarrow B, B \vee \Gamma \vee \Delta\}$  τότε  $\Sigma \models A \wedge B$ .

Δείξτε με ένα αντιπαράδειγμα ότι δεν ισχύει πάντα η παραπάνω ισοδυναμία να στην θέση του  $\wedge$  βάλουμε  $\vee$  δηλ. δεν ισχύει ότι αν  $\sigma = \sigma_1 \vee \sigma_2$  τότε

$$\Sigma \models \sigma_1 \vee \sigma_2 \text{ ανν } \Sigma \models \sigma_1 \text{ ή } \Sigma \models \sigma_2$$

3. Δείξτε το νόμο του συμπεράσματος δηλ. ότι ισχύει

$$\Sigma \models \sigma_1 \rightarrow \sigma_2 \text{ ανν } \Sigma \cup \{\sigma_1\} \models \sigma_2$$

(το  $\Sigma \cup \{\sigma_1\}$  είναι το  $\Sigma$  με την επιπλέον υπόθεση  $\sigma_1$ )

4. Να δείξετε τους παρακάτω κανόνες (ο δεύτερος προκύπτει πολύ εύκολα αν έχουμε δείξει τον πρώτο)

$$\Sigma \models \sigma_1 \text{ ανν } \Sigma \cup \{\neg\sigma_1\} \text{ ασυνεπές}$$

και

$$\Sigma \not\models \sigma_1 \text{ ανν } \Sigma \cup \{\neg\sigma_1\} \text{ συνεπές}$$