



Θέματα στη Στοιχειώδη Θεωρία Συνόλων

Εξεταστική Ιουνίου 2011

Διδάξαντες Κ. Κερεμίδης, Χ. Κορνάρος.

1. Έστω \mathcal{C} το σύνολο όλων των σχέσεων ισοδυναμίας πάνω σε ένα σύνολο A . Να αποδείξετε ότι η $\cap \mathcal{C}$ είναι σχέση ισοδυναμίας επί του A .

2. Να υπολογίσετε τις τομές

$$\cap \{(-1/n, 1/n) : n \in \mathbb{N}\}$$

$$\cap \{[-1/n, 1/n] : n \in \mathbb{N}\}$$

και τις ενώσεις

$$\cup \{(-1/n, 1/n) : n \in \mathbb{N}\}$$

$$\cup \{[-1/n, 1/n] : n \in \mathbb{N}\}$$

3. Έστω ότι $\{A_n : n \in \mathbb{N}\}, \{B_n : n \in \mathbb{N}\}$ είναι δυο φθίνουσες οικογένειες συνόλων. Να αποδείξετε ότι

$$\cap \{A_n \cup B_n : n \in \mathbb{N}\} = (\cap \{A_n : n \in \mathbb{N}\}) \cup (\cap \{B_n : n \in \mathbb{N}\}).$$

4. Δείξτε ότι το σύνολο των πρώτων αριθμών είναι αριθμήσιμο.

5. Αν A και B είναι δύο πεπερασμένα σύνολα, να υπολογίσετε το $card(A \cup B)$ όπου με $card(\Gamma)$ συμβολίζουμε τον πληθικό αριθμό του Γ . Στην συνέχεια να χρησιμοποιήσετε τον τύπο που βρήκατε για να απαντήσετε στο παρακάτω ερώτημα: Σε μια σχολή με 450 φοιτητές, οι 50 παίζουν μπάσκετ, 250 ποδόσφαιρο, ενώ 190 δεν παίζουν τίποτα απ' αυτά. Πόσοι φοιτητές παίζουν και τα δυο παιχνίδια;

6. Ποιο απ' τα παρακάτω σύνολα υπερισχύει γνήσια του άλλου και γιατί;

$$\mathbb{N}^{\mathbb{R}}, \mathbb{R}^{\mathbb{N}}.$$

Χρόνος εξέτασης: 3 ώρες. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Δουλέψτε το πολύ πέντε απ' αυτά.

Καλή επιτυχία!