



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

10 Ιανουαρίου 2004

1. Δίνονται οι μεταθέσεις $\sigma = (152)(46)$ και $\tau = (1587)(263)$ της S_8 . Να βρείτε την τάξη των σ , τ , $\sigma\tau$, $\tau\sigma$, $\sigma\sigma^{-1}\tau^{-1}$, $\tau\tau^{-1}\sigma^{-1}$. Τέλος να βρείτε ποια από τα παραπάνω ανήκουν στην A_8 .
2. Δείξτε ότι η προσθετική ομάδα των ρητών $(\mathbb{Q}, +)$ δεν είναι κυκλική. Δείξτε επιπλέον ότι η $(\mathbb{Q}, +)$ δεν μπορεί να παράγεται από πεπερασμένα το πλήθος στοιχεία.
3. Έστω G ομάδα. Δείξτε ότι η απεικόνιση $f : G \rightarrow G$ με $f(x) = x^{-1}$ είναι ισομορφισμός αν και μόνο αν η G είναι αβελιανή ομάδα.
4. Αναγνωρίστε την ομάδα $(\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6) / \langle (2, 2) \rangle$.
5. Βρείτε όλα τα ανάγωγα πολυώνυμα βαθμού το πολύ 2 στο $\mathbb{Z}_3[x]$.
6. Βρείτε έναν υποδακτύλιο του δακτυλίου $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ο οποίος να μην είναι ιδεώδες του $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Β. Μεταφτής