



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ

16 Φεβρουαρίου 2013

1. Να δείξετε ότι δεν υπάρχει μη-τετριμμένος ομομορφισμός $\varphi : S_3 \rightarrow \mathbb{Z}_3$.
2. Να γράψετε την παρακάτω μετάθεση σαν γινόμενο κύκλων ξένων μεταξύ τους και σαν γινόμενο αντιμεταθέσεων:

$$\sigma = (123456)^{2013} \cdot (6532)^{-1967} \cdot (2357)^{1977} \cdot (176)^{2005} \cdot (1376542)^{-2007}.$$

Είναι η σ άρτια ή περιττή μετάθεση;

3. Να βρεθεί ο αντίστροφος του 81 στο \mathbb{Z}_{676}^* .
4. Έστω $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$ στο $\mathbb{Z}_{11}[x]$, H το ιδεώδες που παράγεται από το $f(x)$ και $S = \mathbb{Z}_{11}[x]/H$. Εξετάστε αν το S είναι σώμα και βρείτε τις ρίζες του $f(x)$ στο S .
5. Βρείτε την τάξη των παρακάτω στοιχείων. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
 - (i) $(8, 2, 5)$ στην $\mathbb{Z}_{20} \times \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{10}$.
 - (ii) $(3, 7, 4)$ στην $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_8$.
 - (iii) $(2, 3, 4)$ στην $\mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_8$.
6. Βρείτε όλους τους πρώτους p για τους οποίους το $x + 2$ είναι παράγοντας του $g(x) = x^4 + x^2 + x - 11$ στο $\mathbb{Z}_p[x]$. Στην συνέχεια για τα συγκεκριμένα p να παραγοντοποιήσετε το $g(x)$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Β. Μεταφτσής
Ε. Πρασίδης