



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ

19 Φεβρουαρίου 2014

1. Ποιές από τις παρακάτω ομάδες είναι ισόμορφες; $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, $\mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_2$, $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$.
2. Να γράψετε την παρακάτω μετάθεση σαν γινόμενο κύκλων ξένων μεταξύ τους και σαν γινόμενο αντιμεταθέσεων:

$$\sigma = (123456)^{2014} \cdot ((6532) \cdot (2357))^{1977} \cdot ((176) \cdot (1376542))^{-2007}.$$

Είναι η σ άρτια ή περιττή μετάθεση;

3. Να βρεθεί, αν υπάρχει, ο αντίστροφος του 175 στο \mathbb{Z}_{858}^* .
4. Δίνεται ο δακτύλιος $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$. Να υπολογίσετε το ιδεώδες που παράγεται από το $\frac{1}{3}$.
5. Έστω $M_2(\mathbb{Z})$ και $M_2(\mathbb{Z}_2)$ οι 2×2 αντιστρέψιμοι πίνακες με στοιχεία από το \mathbb{Z} και το \mathbb{Z}_2 αντίστοιχα. Έστω $\varphi : M_2(\mathbb{Z}) \rightarrow M_2(\mathbb{Z}_2)$ η απεικόνιση με $\varphi\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a \pmod{2} & b \pmod{2} \\ c \pmod{2} & d \pmod{2} \end{pmatrix}$. Να δείξετε ότι η φ είναι ομομορφισμός δακτυλίων και να υπολογίσετε τον πυρήνα και την εικόνα της φ .
6. Έστω το $f(x) = 2x^2 + 2x + 1$ στο $\mathbb{Z}_3[x]$. Να εξετάσετε αν το $S = \mathbb{Z}_3[x]/\langle f(x) \rangle$ είναι σώμα. Να βρείτε τις ρίζες του $f(x)$ στο S .

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

B. Μεταφτσης