



ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ  
ΑΛΓΕΒΡΑ

2 Φεβρουαρίου 2018

- (i) Να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης  $2^{10.000} : 43$ .  
(ii) Να γράψετε τις μεταθέσεις  $\sigma, \tau$  σαν γινόμενα κύκλων ξένων μεταξύ τους και να υπολογίσετε την τάξη τους.

$$\sigma = (12456)^{1453}(2345)^{-1204}(1562)^{-1967}(56132)^{316}$$

$$\tau = (123456)\sigma^{256}(123456)^{-1}$$

- Έστω  $G$  ομάδα. Για κάθε  $g \in G$  ορίζουμε  $\phi_g : G \rightarrow G$  με  $\phi_g(x) = gxg^{-1}$ . Δείξτε ότι το σύνολο  $H = \{\phi_g \mid g \in G\}$  είναι υποομάδα της ομάδας αυτομορφισμών της  $G$ .
- Έστω  $G$  ομάδα και  $\Delta = \{(g, g) \mid g \in G\} \subseteq G \times G$  η διαγώνια υποομάδα της  $G \times G$ . Δείξτε ότι η  $\Delta$  είναι κανονική στην  $G \times G$  αν και μόνο αν η  $G$  είναι αβελιανή.
- Έστω ο δακτύλιος  $\mathbb{Z}[i] = \{x + iy \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$  όπου  $i$  η μιγαδική μονάδα και  $I$  το ιδεώδες που παράγεται από το 2. Να περιγράψετε τον δακτύλιο  $\mathbb{Z}[i]/I$ .
- Να κατασκευάσετε ένα σώμα  $F_9$  με 9 στοιχεία. Στην συνέχεια να προσδιορίσετε τις ρίζες των πολυωνύμων  $x^2 + x + 1$  και  $x^2 + 1$  στο  $F_9$ .

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

B. Μεταφρσής