



ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

25 Ιουνίου 2002

1. Έστω G πεπερασμένη αβελιανή ομάδα τάξης n που περιέχει τουλάχιστον δύο διαφορετικά στοιχεία τάξης 2. Δείξτε ότι το 4 διαιρεί το n .
2. Εξετάστε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς ή ψευδείς. Σε κάθε περίπτωση δικαιολογήστε την απάντησή σας.
 - (i) Δύο οποιεσδήποτε ομάδες τάξης 11 είναι ισομορφικές.
 - (ii) Το πολυώνυμο $x^{17} - x + 1$ δεν έχει ρίζες στο \mathbb{Z}_{17} .
 - (iii) Υπάρχουν πολυώνυμο μη-μηδενικού βαθμού αντιστρέψιμο στο $\mathbb{Z}_8[x]$.
 - (iv) Κάθε υποσύνολο κάθε ομάδας είναι υποομάδα με την επαγόμενη πράξη.
 - (v) Η A_3 είναι αβελιανή ομάδα.
 - (vi) Όλοι οι γεννήτορες της \mathbb{Z}_{20} είναι πρώτοι αριθμοί.
 - (vii) Μια προσθετική ομάδα δεν μπορεί να είναι ισομορφική με μια πολλαπλασιαστική ομάδα.
 - (viii) Η \mathbb{R}/\mathbb{Z} με πράξη την πρόσθεση δεν έχει στοιχεία τάξης 2.
 - (ix) Κάθε στοιχείο ενός δακτυλίου έχει αντίθετο στοιχείο.
 - (x) Το ευθύ γινόμενο σωμάτων είναι σώμα.
3. Υπολογίστε την υποομάδα της S_4 που παράγεται από τα στοιχεία (12) και (134).
4. Εξετάστε ως προς την αναγωγιμότητα στο \mathbb{Q} το πολυώνυμο $x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 6x + 9$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

B. Μεταφυσής