

ΜΑΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Β' ΕΞΑΜΗΝΟ

Η ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ ΜΙΑΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

Διδάσκων: Χ. Κουντζάκης

5 Μαΐου 2012

1. Μπορούμε να αναρωτηθούμε γιατί οι συναρτήσεις παραγωγής $q = f(k, l), k > 0, l > 0$ ονομάζονται και συναρτήσεις τεχνολογίας, ενώ δεν υποδεικνύουν γενικά τον τρόπο με τον οποίο επιδρά η χρήση των μέσων παραγωγής στην παραγωγή των q μονάδων προϊόντος της οικονομίας.
2. Τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να διερευνηθεί αυτή η επίδραση ερεύνησε ο οικονομολόγος Robert Solow το 1957.
3. Υποθέτουμε ότι η οικονομία αποφασίζει να παράγει στο συνδυασμό (k, l) . Στο συνδυασμό αυτόν και για κάποιο επίπεδο ονομαστικού μισθού w όπως επίσης και για κάποιο επίπεδο τιμών p , το επίπεδο απασχόλησης είναι βέλτιστο για τις επιχειρήσεις. Δηλαδή είναι

$$\frac{\partial f(k, l)}{\partial l} dl = \frac{w}{p}.$$

Άρα για κάποια μικρή μεταβολή στην απασχόληση dl πάνω ή κάτω από το επίπεδο απασχόλησης l , η αντίστοιχη μεταβολή στο προϊόν θα είναι

$$dq = \frac{\partial f(k, l)}{\partial l} dl = \frac{w}{p} dl,$$

δηλαδή η σχετική μεταβολή που πραγματοποιήθηκε στο προϊόν εξ αιτίας της μεταβολής του συντελεστή εργασίας, είναι

$$g_{q_l} = \frac{dq}{q} = \frac{w}{p} \frac{l}{q} \frac{dl}{l} = \frac{w \cdot l}{p \cdot q} \frac{dl}{l}.$$

4. Το πηλίκο $\frac{w \cdot l}{p \cdot q}$ είναι το μερίδιο της αμοιβής της εργασίας στη συνολική χρηματική αξία της παραγωγής και το συμβολίζουμε με a . Δηλαδή είναι $g_{q_l} = a \cdot \frac{dl}{l}$.
5. Αν μεταβληθεί μόνο ο συντελεστής κεφάλαιο κατά dk , τότε η μεταβολή του προϊόντος θα είναι

$$dq = \frac{\partial f(k, l)}{\partial k} dk,$$

ενώ η αντίστοιχη σχετική μεταβολή που πραγματοποιείται στο προϊόν μόνο εξ αιτίας της μεταβολής του κεφαλαίου είναι

$$g_{q_k} = \frac{dq}{q} = (1 - a) \frac{dk}{k}.$$

6. Τέλος η ολική μεταβολή που οφείλεται και στη μεταβολή του κεφαλαίου και στην πιθανή μεταβολή της απασχόλησης είναι

$$dq = \frac{\partial f(k, l)}{\partial k} dk + \frac{\partial f(k, l)}{\partial l} dl.$$

7. Ο αντίστοιχος συντελεστής σχετικής μεταβολής που οφείλεται στην από κοινού μεταβολή και των δύο παραγωγικών συντελεστών (κεφαλαίου και απασχόλησης) είναι

$$g_{q_{k,l}} = \frac{dq}{q} = \frac{1}{q} \cdot \left(\frac{\partial f(k, l)}{\partial k} dk + \frac{\partial f(k, l)}{\partial l} dl \right).$$

8. Ο δείκτης τεχνολογικής προόδου είναι ίσος με το υπόλοιπο Solow και είναι

$$g_{q_{k,l}} - [ag_{q_l} + (1-a)g_{q_k}].$$

9. Το υπόλοιπο Solow υπολογίζει πόσο επιδρά η χρήση των μέσων παραγωγής καθαυτή στη σχετική αύξηση του προϊόντος πέρα από τη μεμονωμένη αύξηση των επενδύσεων και τη μεμονωμένη αύξηση της απασχόλησης. Αυτός είναι ο λόγος που το υπόλοιπο αυτό χαρακτηρίζει τις συναρτήσεις παραγωγής ως προς την τεχνολογία που αναπαριστούν.

10. Για παράδειγμα αν $f(k, l) = k^b l^{1-b}$, $k > 0, l > 0, b \in (0, 1)$, τότε $\frac{\partial f(k, l)}{\partial l} = (1-b) \frac{k^b}{l^b}$, $\frac{\partial f(k, l)}{\partial k} = b \frac{l^{(1-b)}}{k^{(1-b)}}$.

11. Άρα $g_{q_l} = \frac{w \cdot l}{p \cdot q} \frac{dl}{l} = (1-b) \frac{k^b}{l^b} \frac{dl}{q}$.

12. Αντίστοιχα $g_{q_k} = (1 - \frac{w \cdot l}{p \cdot q}) \frac{dk}{k}$.

13. Τέλος, $g_{q_{k,l}} = \frac{1}{k^b l^{1-b}} [(1-b) \frac{k^b}{l^b} dl + b \frac{l^{(1-b)}}{k^{(1-b)}} dk]$.

14. Για παράδειγμα αν $b = \frac{1}{2}$, $dk = dl = 1$, $k = l = 100$, $p = 20$, $w = 10$ τότε $q = 100$ και το συγκεκριμένο επίπεδο απασχόλησης είναι βέλτιστο γιατί $\frac{w}{p} = \frac{\partial f(k, l)}{\partial l}$. Τότε $g_{q_l} = a \cdot \frac{dl}{l} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{200}$.

15. Επίσης το ίδιο ισχύει για το g_{q_k} . Για το $g_{q_{k,l}}$ και για το συγκεκριμένο συνδυασμό συντελεστών παραγωγής (k, l) και επιπέδων αύξησης των συντελεστών της παραγωγής dk, dl έχουμε ότι $g_{q_{k,l}} = \frac{1}{100}$. Δηλαδή το υπόλοιπο Solow στην προκειμένη περίπτωση είναι μηδέν.