

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ “Εισαγωγή στη Συνδυαστική και τις Πιθανότητες”

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ – ΤΜΗΜΑ Σ.Α.Χ.Μ.

13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019, 12:00MM–15:00

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ ΤΑΧΤΗΣ

ΘΕΜΑ 1. Σε ένα δημοτικό σχολείο διδάσκονται μαθήματα για 3 ξένες γλώσσες: Ισπανικά, Γαλλικά, και Γερμανικά. Οποιοδήποτε από τα 100 παιδιά που είναι μαθητές του σχολείου μπορεί να παρακολουθήσει τα μαθήματα. Υπάρχουν 28 μαθητές στο μάθημα των Ισπανικών, 26 στο μάθημα των Γαλλικών, και 16 στο μάθημα των Γερμανικών. Υπάρχουν 12 μαθητές που παρακολουθούν Ισπανικά και Γαλλικά, 4 που παρακολουθούν Ισπανικά και Γερμανικά, και 6 που παρακολουθούν Γαλλικά και Γερμανικά. Επίσης, υπάρχουν και 2 μαθητές που παρακολουθούν και τα 3 μαθήματα. (i) Αν κάποιος μαθητής επιλεγεί τυχαία, ποιά είναι η πιθανότητα να μην παρακολουθεί κάποιο μάθημα ξένης γλώσσας; (ii) Αν κάποιος μαθητής επιλεγεί τυχαία, ποιά είναι η πιθανότητα να παρακολουθεί ακριβώς ένα μάθημα ξένης γλώσσας; (iii) Αν 2 μαθητές επιλεγούν τυχαία, ποιά είναι η πιθανότητα τουλάχιστον 1 από αυτούς να παρακολουθεί ένα μάθημα ξένης γλώσσας;

ΘΕΜΑ 2. (α) Ένας επενδυτής έχει 20 χιλιάδες ευρώ να επενδύσει ανάμεσα σε 4 δυνατές επενδύσεις. Κάθε επένδυση πρέπει να είναι σε μονάδες των χιλίων ευρώ. (i) Αν επενδύσει και τις 20 χιλιάδες ευρώ, πόσες διαφορετικές στρατηγικές επένδυσης είναι δυνατές; (ii) Το ίδιο ερώτημα, αν δεν χρειάζεται να επενδύσει όλο το ποσό.

(β) Στο παιχνίδι του μπρίτζ η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες. Ποιά είναι η πιθανότητα ότι: (i) κάποιος από τους παίκτες παίρνει και τα 13 μπαστούνια; (ii) κάθε παίκτης παίρνει έναν άσσο;

ΘΕΜΑ 3. Έστω $E_1, E_2, \dots, E_n$ ($n \geq 2$) ενδεχόμενα. Να αποδειχθεί ότι

$$P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n) = P(E_1)P(E_2|E_1) \dots P(E_n|E_1 \cap \dots \cap E_{n-1})$$

δοθέντος ότι όλες οι δεσμευμένες πιθανότητες που εμφανίζονται ορίζονται.

ΘΕΜΑ 4. Ρίχνουμε ένα δίκαιο νόμισμα κατ' επανάληψη σταματώντας είτε όταν έχουμε ρίξει το νόμισμα 4 φορές είτε όταν έχουμε δει 2 κεφαλές. (i) Γράψτε τον δειγματικό χώρο. (ii) Είναι όλα τα στοιχεία του δειγματικού χώρου ισοπίθانا; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (iii) Ποιά είναι η δεσμευμένη πιθανότητα να δούμε 2 κεφαλές δοθέντος ότι η πρώτη ρίψη είναι γράμματα;

ΘΕΜΑ 5. Κάθε αγώνας που παίζεται από μια ομάδα μπάσκετ κερδίζεται από αυτή την ομάδα με πιθανότητα $1/2$, είναι ισοπαλία με πιθανότητα $1/6$, και είναι ήττα με πιθανότητα $1/3$, με το αποτέλεσμα κάθε αγώνα να είναι ανεξάρτητο από όλα τα άλλα αποτελέσματα. Βρείτε τη συνάρτηση μάζας πιθανότητας για κάθε μια από τις παρακάτω τυχαίες μεταβλητές: (i) Το πλήθος των ισοπαλών αγώνων σε μια σεζόν των 38 αγώνων. (ii) Το πλήθος των αγώνων μετά από την πρώτη τους ήττα μέχρι και την επόμενη τους νίκη. (iii) Το πλήθος των αγώνων μέχρι και τη δεύτερη τους ήττα.

ΒΑΘΜΟΣ ΚΑΘΕ ΘΕΜΑΤΟΣ = 2 ΜΟΝΑΔΕΣ

ΑΡΙΣΤΑ = 10 ΜΟΝΑΔΕΣ

Καλή Επιτυχία