

ΤΕΣΤ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ - ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΣΑΧΜ

4 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2014

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ ΤΑΧΤΗΣ, ΕΥΤΥΧΙΑ ΜΑΜΖΕΡΙΔΟΥ

ΘΕΜΑ 1. Έστω $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ τέτοιοι ώστε $ad - bc \neq 0$. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο απαλοιφής Gauss–Jordan, να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε επιλογή πραγματικών αριθμών k και l , το παρακάτω 2×2 σύστημα γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x και y δέχεται ακριβώς μια λύση.

$$ax + by = k$$

$$cx + dy = l$$

ΘΕΜΑ 2. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, θεωρούμε τον 3×3 πίνακα

$$V(x) = \begin{pmatrix} e^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Να αποδείξετε ότι: $V(x) \cdot V(y) = V(x + y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
2. Να υπολογισθεί ο πίνακας $V(x)^n$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
3. Να αποδείξετε ότι: $\forall x \in \mathbb{R}$, ο πίνακας $V(x)$ είναι αντιστρέψιμος.
4. Να υπολογισθεί ο $V(x)^{-1}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

ΒΑΘΜΟΣ ΚΑΘΕ ΘΕΜΑΤΟΣ = 5.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ.