

ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ “ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ”

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ – ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤ. & ΑΝΑΛ.-ΧΡΗΜΑ/ΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

16 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2012

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ΩΡΕΣ (13:00 – 15:00)

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ ΤΑΧΤΗΣ

ΘΕΜΑ 1. α) Να δοθεί ο αναδρομικός τύπος της μεθόδου της Τέμνουσας και η γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου. Συγκλίνει πάντοτε η μέθοδος; Ποιά τα προτερήματα της μεθόδου σε σχέση με τις μεθόδους της διχοτόμησης και της Newton-Raphson;

β) Έστω a, b δύο θετικοί πραγματικοί αριθμοί τ.ω. $b^3 > a$. Εφαρμόζοντας δύο διαδοχικές επαναλήψεις της μεθόδου Newton-Raphson για την προσέγγιση του αριθμού $\sqrt[3]{a}$ με αρχική πρόβλεψη $x_0 = b$, να αποδείξετε ότι

$$\sqrt[3]{a} \cong \frac{2(2b^3 + a)^3 + 27b^6a}{9b^2(2b^3 + a)^2}.$$

Με εφαρμογή του προηγούμενου τύπου να προσεγγιστεί η τιμή της $\sqrt[3]{4}$, θέτοντας $a = 4$ και $b = 2$.

ΘΕΜΑ 2. Δίδεται ο πίνακας $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο απαλοιφής Gauss με

μερική οδήγηση κατά στήλες να υπολογίσετε την ορίζουσα του A και να βρείτε τον αντίστροφο πίνακα (αν υπάρχει) του A .

ΘΕΜΑ 3. α) Έστω (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, n$, όπου $x_0 < x_1 < \dots < x_n$. Να αποδείξετε την μορφή Lagrange του πολυωνύμου παρεμβολής στα (x_i, y_i) .

β) Δίνονται τα εξής σημεία $(x_i, f(x_i))$: $(0, 0.9162)$, $(0.25, 0.8109)$, $(0.5, 0.6931)$, $(0.75, 0.5596)$, $(1, 0.4055)$. Να γραφεί το πολυώνυμο παρεμβολής της f στα σημεία 0.25, 0.5 και 0.75, αντίστοιχα, στην μορφή του Νεύτωνα με προς τα εμπρός διαφορές.

ΘΕΜΑ 4. Δίδεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in [0, 1].$$

α) Διαμερίζοντας το $[0, 1]$ σε 4 ισομήκη υποδιαστήματα, να χρησιμοποιήσετε τη μέθοδο του Τραπεζίου για να δώσετε μια προσέγγιση του αριθμού $\frac{\pi}{4}$ ($= \int_0^1 f(x)dx$).

β) Δίνοντας πλήρη αιτιολόγηση, να κάνετε μια εκτίμηση του σφάλματος στην ανωτέρω προσέγγιση.

ΘΕΜΑ 5. α) Να γραφεί αλγόριθμος στη C++ που να υπολογίζει την τιμή $L(x)$ του πολυωνύμου παρεμβολής κατά Lagrange σε δεδομένα σημεία (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, n$, $x_i \neq x_j$ για $i \neq j$, δηλώνοντας αρχικά στον κώδικά σας το είδος της κάθε μεταβλητής που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο.

β) Να γραφεί πρόγραμμα στη C++ στο οποίο θα ορίζεται συνάρτηση που υπολογίζει το $\min\{x, y\}$, $x, y \in \mathbb{R}$.

ΚΑΘΕ ΘΕΜΑ ΛΑΜΒΑΝΕΙ 2 ΜΟΝΑΔΕΣ.

ΑΡΙΣΤΑ = 10.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ.