

ΤΕΣΤ 1 ΣΤΗΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ-ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
13 ΜΑΡΤΙΟΥ 2010  
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ ΤΑΧΤΣΗΣ

**Άσκηση 1.** Να μελετηθεί ως προς την ομοιόμορφη συνέχεια (χρησιμοποιώντας τον  $\epsilon-\delta$  ορισμό) η παρακάτω συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{x}{x+1}, \quad x \in [0, 3].$$

**Άσκηση 2.** Να δώσετε κατάλληλο αντιπαράδειγμα που να δείχνει ότι η παρακάτω πρόταση δεν είναι εν γένει αληθής:

*Αν η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι ομοιόμορφα συνεχής, τότε η συνάρτηση  $f^2$  είναι ομοιόμορφα συνεχής.*

Ποιά επιπλέον συνθήκη θα απαιτούσατε να ικανοποιεί η  $f$  ώστε να είναι η συνάρτηση  $f^2$  ομοιόμορφα συνεχής επί του  $\mathbb{R}$ ; **Να αποδείξετε** τον ισχυρισμό σας.

Σημειώνεται ότι  $f^2(x) = (f(x))^2$ .

ΕΧΕΤΕ 30 ΛΕΠΤΑ, ΑΚΡΙΒΩΣ, ΣΤΗΝ ΔΙΑΘΕΣΗ ΣΑΣ.  
(ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΣΤΕ ΩΣΤΟΣΟ ΝΑ ΤΑ ΚΑΤΑΦΕΡΕΤΕ ΣΕ 20 ΛΕΠΤΑ)  
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ.